

کاربرد روش هندسی در فلسفه اسلامی

عبدالرسول کشفی

دانشگاه شیراز

چکیده:

نظام‌های معرفتی را می‌توان در قالب مجموعه‌ای از گزاره‌ها تنظیم کرد، گزاره‌هایی که خود از مجموعه‌ای از اصطلاحات پدید آمده‌اند. در هر نظام معرفتی بعضی گزاره‌ها از بعضی دیگر استنتاج شده و برخی اصطلاحات به کمک اصطلاحات دیگر تعریف می‌شوند. کاربرد روش هندسی در یک معرفت، گزینش مجموعه‌ای از گزاره‌ها و استنتاج گزاره‌های دیگر از آنها و انتخاب مجموعه‌ای از اصطلاحات و تعریف اصطلاحات دیگر بر مبنای آنهاست. در این پژوهش، ضمن معرفی روش هندسی و مبانی آن، کاربرد آن را در فلسفه اسلامی نشان می‌دهیم.

کلید واژه‌ها: روش هندسی، روش قیاسی، روش اصل موضوعی، فلسفه اسلامی

۱- مقدمه

استفاده از روش هندسی^۱ یا قیاسی^۲ یا اصل موضوعی^۳ در یک نظام معرفتی انتخاب مجموعه‌ای از اصطلاحات با عنوان «حدود اولیه»^۴ یا «تعریف ناپذیرها»^۵ و

1. geometric method

2. deductive method

3. axiomatic method

4. primitive terms

5. undefinable terms

تعریف اصطلاحات دیگر بر اساس آنها و گزینش مجموعه‌ای از گزاره‌ها با عنوان «اصول موضوعه»^۱ و استنتاج گزاره‌های دیگر از آنهاست. «نظام قیاسی»^۲، نظامی معرفتی است که با روش یاد شده تاسیس شود. هدف از کاربرد این روش در یک نظام معرفتی روشن ساختن و سازماندهی منطقی مباحث و آشکار نمودن مبادی تصوری و تصدیقیه آنهاست.

یک نظام معرفتی مجموعه‌ای از حقایق آشفته نیست، بلکه نظام معرفتی آنگاه پدید می‌آید که اجزای آن به صورت سازمان یافته در کنار یکدیگر قرار گیرند. نظام‌های معرفتی قیاسی را می‌توان در قالب مجموعه‌ای از گزاره‌ها تنظیم کرد که بعضی از آنها از گزاره‌های دیگر استنتاج شوند و برخی اصطلاحات به کار گرفته در گزاره‌ها به کمک اصطلاحات دیگر تعریف گردند. مثلاً در «مکانیک نظری» قوانین سقوط آزاد اجسام گالیله و قوانین حرکت سیاره‌ای کپلر از قوانین کلی‌تر جاذبه و حرکت نیوتون، قابل استنتاج است و در هندسه، اصطلاح «مثلث» به صورت «شکل مستوی محدود به سه خط مستقیم» و در مکانیک اصطلاح «شتاب» به صورت «تند شدن سرعت در واحد زمان» و «سرعت» به صورت فاصله طی شده در واحد زمان تعریف می‌شوند.

در نگاه اول چنین می‌نماید که کمال مطلوب در یک نظام قیاسی آن است که هر اصطلاحی در آن تعریف و هر گزاره‌ای اثبات شود. اما دست یابی به این مطلوب ممکن نیست، چرا که در تعریف هر اصطلاح، به ناچار اصطلاحات دیگر و در اثبات هر گزاره، ناگزیر گزاره‌های دیگر در کار می‌آیند و این یا به سلسله‌ای نامتناهی از تعاریف و گزاره‌ها می‌انجامد و یا دور حاصل می‌آید که هر دو نفی اعتبار علم را به دنبال دارند. اما می‌توان تاحدی به این کمال نزدیک شد، به این ترتیب که دسته کوچکی از اصطلاحات را به عنوان «حدود اولیه» یا «تعریف ناپذیرها»ی آن علم، اختیار و سپس اصطلاحات و حدود دیگر را بر حسب آنها تعریف کرد. اصطلاحات و حدود جدیدی که از این رهگذر به دست می‌آیند را، «حدود معرف» (تعریف پذیرها)^۳ می‌نامند. در تاسیس یک نظام قیاسی باید رعایت کرد که در آن، از اصطلاح جدیدی استفاده نشود مگر آنکه پیش از

1. axioms

2. deductive system

3. definable terms

استفاده، بر حسب حدود اولیه یا حدودی که قبلاً تعریف شده‌اند، تعریف شده باشد. در مورد گزاره‌های علم نیز به همین ترتیب عمل می‌شود: بعضی گزاره‌ها با عنوان «اصول موضوعه» انتخاب شده و بدون اثبات پذیرفته می‌شوند. پس از گزینش اصول موضوعه، هر گزاره دیگر فقط و فقط آنگاه صادق است که از اصول موضوعه یا گزاره‌های دیگری که قبلاً ثابت شده‌اند، استنتاج گردد. گزاره‌هایی که به این ترتیب به دست می‌آیند «قضیه»^۱ نام دارند.

بنابراین کمال مطلوب در یک دانش قیاسی تاسیس آن با کمترین «اصول موضوعه» و «حدود اولیه» است.

در تاسیس یک نظام قیاسی باید این نکات را دقیقاً رعایت کرد:

اولاً: اصول موضوعه و حدود اولیه آن نظام مشخص شوند.

ثانیاً: مباحث به صورت مجموعه‌ای از گزاره‌ها تنظیم شوند و ساختمان منطقی هر گزاره، روشن‌ترین صورت ممکن را دارا باشد یعنی، «کم»، «کیف» و «جهت» آن مشخص باشد.

ثالثاً: اگر گزاره‌ای نتیجه یک استدلال است، مقدمات و مراحل آن استدلال مشخص گردد.

رابعاً: تعریفی دقیق و روشن از کلیه اصطلاحات و حدود، قبل از استفاده از آنها، ارائه شود.

در پژوهش حاضر، ضمن معرفی مبانی روش هندسی، به بیان تاریخچه‌ای از کاربرد آن در علم و فلسفه غرب پرداخته‌ایم و در پایان، این روش را در یکی از قواعد فلسفه اسلامی به کار گرفته‌ایم. استفاده از این روش در فلسفه اسلامی برای نخستین بار انجام می‌گیرد.

۲- مبانی روش هندسی و شرایط آنها

روش هندسی مبتنی بر چهار امر است: حدود اولیه (تعریف ناپذیرها)، حدود معرف (تعریف پذیرها)، اصول موضوعه و قضایا.

الف) شرایط حدود اولیه (تعریف ناپذیرها)**یک) شرط استقلال^۱**

حدود اولیه یک نظام قیاسی باید از مفاهیم دیگر آن نظام، استقلال مفهومی داشته باشند و به سخن دیگر، قابل تعریف به کمک اصطلاحات دیگر آن نظام نباشند. (راد، ۶۲-۶۳).

دو) شرط اقتصاد^۲ (اصل امساک^۳ یا استره^۴ اکام^۴)

اگر در یک نظام قیاسی، چند مجموعه دارای حدود اولیه باشد، به گونه‌ای که هر یک از مجموعه‌ها به تنهایی، بتواند تمامی اصطلاحات به کار رفته در آن نظام را تعریف کند، مجموعه‌ای ترجیح دارد که شامل اعضای کمتری باشد. این اصل را شرط اقتصاد گویند. به تعبیر دیگر، شرط اقتصاد عبارت است از «پذیرفتن حداقل اصطلاحات» به عنوان «حدود اولیه» و تعریف حداکثر اصطلاحات بر مبنای آنها (همانجا).

ب) شرایط حدود معرف (تعریف پذیرها)**یک) شرایط صحت تعریف**

در تعریف اصطلاحات، رعایت شرایط صحت تعریف الزامی است. این شرایط عبارتند از: جامعیت و مانعیت تعریف، عدم دور در تعریف و... (ابن سینا، ۲۹۶/۲-۳۰۳).

دو) شرط بستگی مفهومی^۵

در تعریف هر اصطلاح، منحصرأ از اصطلاحاتی استفاده شود که قبلاً یا تعریف و یا به صورت حدود اولیه معرفی شده باشد.

1. independence condition

2. economy condition

3. principle of parsimony

4. Ochham's razor

5. conceptual relationship condition

ج) شرایط اصول موضوعه

یک) شرط سازگاری^۱

یک نظام قیاسی را آنگاه سازگار خوانند که شامل تناقض نباشد، یعنی استخراج نتایج متناقض از اصول موضوعه آن ممکن نباشد، در غیر این صورت، آن را «ناسازگار» خوانند. به عبارت دیگر اگر p گزاره‌ای معنی دار^۲ در یک نظام باشد، آن نظام در صورتی سازگار است که هم p و هم $\sim p$ به عنوان قضیه در آن اثبات نشود، یعنی:

$$\sim \left(\left| \frac{p}{T} \right| \cdot \left| \frac{\sim p}{T} \right| \right)$$

$$\sim \circ \left(\left| \frac{p}{T} \right| \cdot \left| \frac{\sim p}{T} \right| \right)$$

شرط سازگاری، با زبان منطق چنین بیان می‌شود: «ترکیب عطفی اصول موضوعه نظام غیر ممکن نباشد».

اثبات سازگاری برای یک نظام قیاسی دشوار است. سازگاری یک نظام با این واقعیت که قضایای فعلی نظام ناقض یکدیگر نیستند، اثبات نمی‌شود زیرا ممکن است قضایایی که بعداً به ثبوت می‌رسند، چنین نباشند. در طول دو قرن اخیر، جمعی از منطق دانان و علمای ریاضی به پیشرفت‌هایی در زمینه اثبات سازگاری بعضی از نظام‌های قیاسی نایل آمده‌اند (ناگل، ۲۲-۴۲).

سازگاری درونی و خارجی^۳

سازگاری بین اصول موضوعه خاص یک نظام معرفتی را، سازگاری درونی و سازگاری بین این اصول و اصول به عاریت گرفته شده از نظام‌های معرفتی دیگر را، سازگاری خارجی خوانند. وجود ناسازگاری در اصول موضوعه یک نظام معرفتی،

1. consistency condition

2 - wff. (well formed formula).

3. internal and external consistency

مجوزی برای طرد کلی آن نظام نیست. در غالب موارد، تغییر و اصلاح یک یا چند اصل موضوع یا حذف آنها برای رفع ناسازگاری کافی است.

دو) شرط استقلال

وجود گزاره‌های اثبات‌پذیر در بین اصول موضوعه یک علم جایز نیست. از این اصل با عنوان «استقلال اصول موضوعه» یاد شده و در توضیح آن چنین می‌گویند: مجموعه‌ای از اصول موضوعه، آنگاه مستقل است که هیچ اصلی از اصول دیگر قابل استنتاج نباشد و به سخن دیگر: اصل موضوع (A) آنگاه مستقل است که اصل یاد شده، نتیجه هیچ قیاس معتبری که مقدمات آن را اصول موضوعه دیگر دستگاہ تشکیل دهند، نباشد. اگر چه عدم استقلال یک یا چند اصل موضوع در یک نظام قیاسی، نقیصه‌ای برای آن نظام است، اما اثر سوء آن مانند ناسازگاری نیست. در صورت کشف ناسازگاری، لازم است که اصل یا اصولی از مجموعه‌های اصول موضوعه حذف یا اصلاح شوند، حال آنکه با مشخص شدن عدم استقلال یک گزاره در بین اصول موضوعه صرفاً عنوان آن را باید تغییر داد: این گزاره «اصل موضوع» نیست بلکه یک «قضیه» است.

سه) شرط اقتصاد

هیچکدام از اصول موضوعه یک نظام قیاسی نباید زاید باشند. به سخن دیگر، هر یک از اصول موضوعه یک نظام قیاسی باید بتواند مقدمه‌ای غیر قابل جایگزین برای اثبات حداقل یک قضیه از قضایای آن نظام باشد. از سوی دیگر از چند مجموعه اصول موضوعه که هر کدام به تنهایی برای اثبات کل قضایای یک نظام کافی اند، مجموعه‌ای ترجیح دارد که اعضای آن کمتر از بقیه باشد.

چهار) شرط تمامیت^۱

یک نظام قیاسی آنگاه «تمام»^۲ است که مجموعه اصول موضوعه آن، قادر به اثبات هر گزاره معنی دار (یا نقیض آن) در آن نظام باشد. به عبارت دیگر اگر P گزاره‌ای معنی

1. completeness condition

2. complete

دار در یک نظام قیاسی باشد، آن نظام در صورتی تمام است که p یا $\sim p$ به عنوان قضیه (T) در آن نظام قابل اثبات باشد، یعنی:

$$\left(\left| \frac{p}{T} \vee \left| \frac{\sim p}{T} \right. \right) \right.$$

یا

$$\sim \left(\left| \frac{p}{T} \cdot \left| \frac{\sim p}{T} \right. \right) \right)$$

یا

$$\sim \diamond \left(\left| \frac{p}{T} \cdot \left| \frac{\sim p}{T} \right. \right) \right)$$

د) شرایط قضایا

یک) شرایط اعتبار استدلال

در اثبات قضایا، باید منحصرأ از استدلال قیاسی استفاده شود و رعایت شرایط اعتبار استدلال لازم است، مثلاً اگر استدلال در قالب قیاس اقترانی حملی باشد، رعایت شرایطی چون ایجاب حداقل یک از دو مقدمه، جزئی نبودن هر دو مقدمه و... الزامی است (طوسی، ۱۴۹ به بعد).

دو) شرط بستگی بیانی

مقدمات اثبات هر قضیه منحصرأ باید اصول موضوعه و یا قضایایی باشد که قبلاً ثابت شده است. نمی توان گزاره‌ای را که وضعش در نظام معرفتی مشخص نیست، در استنتاج به کار گرفت (ابن سینا، همانجا).

۳- تاریخچه کاربرد روش هندسی

الف) کاربرد در علوم

یک) هندسه اقلیدسی

اولین دانشی که به روش قیاسی شکل گرفت، هندسه اقلیدسی بود. این دانش برای نخستین بار، به وسیله بابلی‌ها شناخته و سپس توسط مصری‌ها در مساحی زمین به کار

گرفته شد. هندسه در ابتدا دانشی تجربی بود که برای مقاصد علمی به گرفته می شد. بعدها یونانیان و پیش از همه طالس ملطی، بر آن شدند که احکام آن را از راه استدلال قیاسی اثبات کنند و نه از راه آزمایش و خطا. طالس نخستین هندسه استدلالی را بنا نهاد. اصل موضوعی کردن هندسه که بوسیله طالس آغاز شده بود توسط فیثاغورس و شاگردانش ادامه یافت.

بعدها در سال ۴۰۰ پیش از میلاد بقراط ریاضی دان به تنظیم نتایج به دست آمده به وسیله فیثاغورس پرداخت. قدم های بعدی به وسیله افلاطونیان برداشته شد. اقلیدس شاگرد مکتب افلاطون بود. او در حدود ۳۰۰ سال پیش از میلاد با استفاده از تجارب گذشتگان در کتابی به نام اصول، به تاسیس هندسه با روش قیاسی پرداخت.

اقلیدس کتاب اول اصول را با مجموعه ای از ۲۳ تعریف، ۵ اصل موضوع و ۵ اصل متعارف شروع می کند و سپس بر مبنای این اصول چهل و هشتگانه، قضیه کتاب اول را استخراج می نماید. بعضی از تعاریف اقلیدس از این قبیل اند:

نقطه آن است که جزء ندارد. خط، طول بدون عرض است. اصلاحاتی مانند «جزء»، «طول» و «عرض» از حدود اولیه دستگاه اقلیدس محسوب می شوند. اقلیدس در تعریف های بعدی، از حدود تعریف شده قبلی کمک می گیرد، مثلاً خط مستقیم را چنین تعریف می کند: «خط مستقیم خطی است که بین دو انتهای خود هموار باشد». در این تعریف علاوه بر اصطلاحات «بین»، «هموار» و «انتها» که از تعریف ناپذیرهای هندسه اقلیدس اند، از اصطلاح «خط» کمک می گیرد که قبلاً تعریف شده است.

روش اقلیدس در هندسه متجاوز از ۲۰۰۰ سال بر تعالیم آن مسلط بود. بعدها استقلال حدود اولیه هندسه اقلیدس مورد مناقشه ریاضی دانانی چون جی. پئانوا، ام. پیری^۲، ورونز^۳، او. ویلن^۴، روبینسون^۵، ای. وی. هنتینگتن^۶ و فورد^۷ قرار گرفت که در صدد اصلاح آنها بر آمدند. در میان اصول موضوعه هندسه اقلیدس، اصل پنجم (اصل توازی) تا قرن نوزدهم مورد مناقشه ریاضی دانان بود. توجه به صور مختلف این

1. G. Peano

2. M. Piere

3. Veronese

4. O. Veblen

5. G. DE B Robinson

6. E.V. Hantington

7. H.G. Forder

اصل توسط کسانی چون گاوس^۱، لوباچفسکی^۲ و ریمان به پیدایش هندسه‌های نااقلیدسی انجامید (گرینبرگ، ۱۳۰ به بعد).

دو) مکانیک

بعد از حدود ۲۰ قرن، به تدریج روش هندسی در معارف دیگر به کار گرفته شد. تجربه بعدی، «مکانیک» بود. اصول ریاضی فلسفه طبیعی^۳ (معروف به اصول نیوتن)^۴، در سه جلد در سال ۱۶۸۶ میلادی به وسیله نیوتون فیزیکدان بزرگ قرن هفدهم منتشر گردید. نویسنده در مقدمه جلد اول، چهار حد اولیه و سه اصل موضوع را معرفی می‌کند و سپس در طی جلد‌های سه گانه کتاب، کلیه حدود و قضایا را بر مبنای این حدود و اصول، تعریف و اثبات می‌کند. جلد اول و دوم را به بررسی حرکت اجسام و قوانین مربوط اختصاص می‌دهد (جلد اول با فرض عدم نیروی اصطکاک و جلد دوم با فرض وجود آن) و در جلد سوم که عنوان «نظام جهان»^۵ را دارد، بر مبنای قضایایی که در جلد‌های اول و دوم به اثبات رسیده است، به اثبات نیروی جاذبه می‌پردازد (نیرویی که به واسطه آن اجسام به خورشید و سیاره‌های دیگر متمایل می‌شوند) نیوتون سپس، به وسیله این نیرو و قضایایی که با روش هندسه ثابت می‌کند، حرکت سیاره‌ها، ستاره‌های دنباله دار، حرکت ماه و... را تبیین می‌کند (نیوتن، جم).

سه) حساب

در اواسط قرن نوزدهم، روش قیاسی به شاخه‌های دیگر ریاضیات تعمیم داده شد. تا این زمان، در مباحث مختلف این علم از مبانی استفاده می‌شد که چندان استوار نبودند و این وضع به خصوص در «آنالیز ریاضی» به مشکلاتی انجامید که باعث تردید در صحت احکام ریاضی شد. از این رو جمعی از ریاضی دانان در صدد برآمدند که شاخه‌های مختلف این علم را بر پایه‌های محکمی بنانهند. این فکر، آنها را بیش از پیش

1. J. Gauss

2. N.Lobachevsky

3. Mathematical Principles of Natural Philosophy

4. Newton's Principia

5. System of the World

متوجه روش قیاسی کرد و در پی آن برآمدند که برای تأسیس هر یک از شاخه‌های ریاضی، حداقل اصول موضوعه را تعیین کنند و صرفاً نتایجی را که از این اصول و با استفاده از روش قیاسی به دست می‌آید، به عنوان قضایای آن رشته بپذیرند. «حساب» به وسیله ژوزف پئانو، دانشمند ایتالیایی، در سال ۱۸۹۹م اصل موضوعی شد و این علم که تا آن زمان بر پایه مشهودات و بدیهیات عرفی استوار بود، بر پایه منطق استوار گردید (نک، نبوی، جم).

پئانو حساب را بر پنج اصل موضوع و سه تعریف ناپذیر بنا نمود. تعریف ناپذیرها و اصول موضوعه پئانو عبارتند از:

الف) تعریف ناپذیرها

عدد، صفر، تالی.

ب) اصول موضوعه

۱- صفر، یک عدد است.

۲- تالی یک عدد، عدد است.

۳- صفر، تالی هیچ عددی نیست.

۴- دو عدد، هیچگاه یک تالی ندارند.

۵- هر خاصیتی که به صفر متعلق است و نیز متعلق باشد به تالی هر عدد صحیحی که دارای این خاصیت است، متعلق به همه اعداد صحیح خواهد بود (اصل استقرای ریاضی)^۱.

بعدها «کورت گودل»^۲ عالم ریاضی و منطق دان بزرگ معاصر، در طی قضیه‌ای که به «قضیه ناتمامیت گودل»^۳ معروف است، نشان داد که اصول موضوعه حساب ناتمام است به این معنا که با هر مجموعه سازگار از اصول موضوعه حساب، همواره احکام صادقی وجود دارند که از این مجموعه قابل استنتاج نیستند. از این رو حساب، همواره ناتمام باقی می‌ماند (ناتمامیت ذاتی آن است، نک: کارناپ، ۶۵-۷۴).

1. mathematical induction

2. Kurt Godel

3. Godel's incompleteness theorem

چهار) منطق

چون نظام‌های قیاسی مبتنی بر منطق‌اند، از اواخر قرن ۱۹م.، منطق دانان به تأسیس منطق با روش قیاسی روی آوردند. بنای این کار را فرگه^۱ و پئانو گذارده و سپس وایتهد و راسل آن را تکمیل کردند. وایتهد و راسل نظام منطقی خود را در اثر مشترکشان «اصول ریاضیات»^۲ معرفی کردند. این نظام که بعدها با نام *PM* (برگرفته از حروف اولیه کتاب) معروف شد، به تبیین «منطق عبارات» به شیوه اصل موضوعی می‌پردازد. نظام *PM* بر سه تعریف‌ناپذیر و پنج اصل موضوع مبتنی است. بعدها استقلال اصل موضوع پنجم نظام *PM* مورد مناقشه منطق دانی به نام پل برنیز^۳ واقع شد و هیلبرت و آکرمان با حذف اصل موضوع یاد شده، نظام منطقی *HA* (برگرفته از حروف اول نام مؤسسين آن) را بنا نهادند. اثبات تمامیت اصول موضوعه نظام *PM* در سال ۱۹۲۰ به وسیله منطق دانی به نام امیل پست^۴ انجام گرفت.

ب) کاربرد در فلسفه غرب

یک) اعتراضات و پاسخ‌ها^۵

دکارت اولین فیلسوفی است که روش هندسی را در فلسفه غرب به کار گرفت و به یک معنا می‌توان گفت که آثار بعدی در این زمینه تقلیدی از کار او محسوب می‌شوند. دکارت دستنویس اثر بسیار معروف خود *تأملات*^۶ را پیش از انتشار به وسیله یکی از دوستانش در اختیار تنی چند از فلاسفه و متکلمان هم عصر خود قرارداد تا دیدگاه‌های خود را درباره آن بیان کنند. آنها اعتراضات مکتوب خود را برای او فرستادند، دکارت پاسخ به اعتراضات را در اثری زیر عنوان *اعتراضات و پاسخ‌ها* همراه با کتاب *تأملات* در سال ۱۶۴۱ به چاپ رسانید. دکارت در این اثر، در پایان مجموعه دوم از اعتراضات، در پاسخ به درخواست جمعی از اعتراض‌کنندگان، خلاصه‌ای از نظام فلسفی خود را با شیوه هندسی ارائه می‌دهد. او در این بخش زیر عنوان «براهین اثبات وجود خداوند و

1. Frege

2. Principles of Mathematics

3. Paul Berrnays

4. Emil Post

5. Objections and Replies

6. Meditations

تمایز نفس و بدن که به روش هندسی تنظیم شده است»^۱ با ده تعریف، هفت اصل موضوع، ده اصل متعارف به اثبات چهار قضیه می‌پردازد (کوئینگهام، ۱۱۳-۱۲۰).

دو) اخلاق

مهم‌ترین اثر که به شیوه قیاسی در فلسفه غرب تنظیم شده است کتاب اخلاق به قلم باروخ (بندیکت) اسپینوزا^۲ است. در این کتاب با ۷۵ تعریف، ۸ اصل موضوع و ۲۰ اصل متعارف در طی پنج بخش به اثبات ۲۵۹ قضیه می‌پردازد. اسپینوزا در این اثر، اصول نظام‌های فلسفی قدیم و جدید را با هم ترکیب می‌کند و گاهی با برخی از ره‌آوردهای علم جدید در هم می‌آمیزد. مطالب این کتاب اگر چه به شیوه اصل موضوعی تنظیم شده‌اند، اما آنچنان موجزند که برای اذهان عادی، بدون تفسیر قابل فهم نیستند. از این رو، تا کنون اندیشمندان زیادی به تفسیر سخنان اسپینوزا در این کتاب بر آمده‌اند (دورانت، ۱۸۷).

سه) اصول فلسفه دکارت^۳

اصول فلسفه دکارت، اثر دیگری از اسپینوزا است که با روش اصل موضوعی تنظیم شده و تنها اثری از اوست که در زمان حیاتش با نام وی به چاپ رسیده است. این کتاب در سال ۱۶۶۳ م منتشر شد و شامل سه بخش و یک ضمیمه دو قسمتی است. اسپینوزا در این کتاب با ۲۳ تعریف و ۳۴ اصل موضوع به اثبات ۶۰ قضیه می‌پردازد. هالبرت هینزبریتان^۴ (مترجم کتاب از لاتین به انگلیسی) درباره نحوه تالیف و نگارش این اثر چنین می‌نویسد: «اسپینوزا در سالهای ۱۶۶۲ تا ۱۶۶۳ م، شاگردی داشت که فلسفه دکارت را به او آموزش می‌داد. اسپینوزا در آن زمان جز با گروهی خاص از دوستان خود، دیدگاههای فلسفی خود را در میان نمی‌گذاشت. ... او بنا به تقاضای شاگرد یاد شده، بخش دوم اصول فلسفه دکارت را به شیوه هندسی تنظیم نمود. بعضی از دوستان او که

1. Arguments Proving the Existence of God and the Distinction Between the Soul and the Body Arranged in Geometrical Fashion

2. Baruch (Beneictus) Spinoza

3. The Principles of Descartes , Philosophy

4. Halbert Hains Britan

تحت تاثیر اسپینوزا قرار گرفته بودند، از او خواستند که بخش‌های اول و سوم آن را به همین شیوه تنظیم نماید. اسپینوزا این پیشنهاد را بیدرنگ پذیرفت، مشروط به آنکه یکی از آنان اثر را مرور کرده، ویراستاری نماید و مقدمه‌ای بر آن بنویسد و در آن توضیح دهد که مطالب کتاب بیانگر نظریات خود او نیستند، بلکه همان فلسفه دکارت است که به شیوه‌ای قابل اعتماد عرضه شده است، چه مباحثی که صریحاً ذکر شده و چه آنها که منطقاً از مقدمات استنتاج شده‌اند» (اسپینوزا، مقدمه).

چهار) دست نوشته‌های فلسفی کورت گودل

به موجب آنچه هائووانگ ریاضی دان و فیلسوف ریاضی و شاگرد معروف کورت گودل می‌گوید، گودل بخشی از عمر خود را در تنظیم نظام فلسفی لایبنیتس^۱ به شیوه اصل موضوعی گذراند. مجموعه نوشته‌های او در این باره، حدود سه هزار صفحه بود که به صورت دست نویس، دست به دست می‌گشت. هائووانگ در این باره چنین می‌نویسد: «در مدت هفت سال بعد (۱۹۴۴ تا ۱۹۵۱) علاقه عمیق و ریشه دار او به فلسفه، نقش غالب را در فعالیت فکریش ایفا می‌کرد. در طول این دوره، توجه وی بیشتر به زبان همگانه لایبنیتس و ارتباط میان فلسفه کانت و نظریه نسبیت معطوف بود، به خصوص به خاطر علاقه‌اش به فلسفه فضا و زمان کانت (و نه به دلیل گفتگوهای مکررش با اینتشتین)، از سال ۱۹۴۷ تا ۱۹۵۰ یا ۱۹۵۱ م به مباحث فیزیک می‌پرداخت.

روی آوردن او به فیزیک و فلسفه در حدود سال ۱۹۴۵، تا اندازه‌ای هم به دلیل کارهای آن زمان او در رد منطق بود. ... احتمالاً در اواخر همین دوره (۱۹۵۱ تا ۱۹۵۸) بود که گودل رفته رفته احساس کرد که فلسفه محتاج روشی است که کاملاً با روش علوم پایه تفاوت داشته باشد و در نتیجه در سال ۱۹۵۹ به مطالعه آثار هوسرل^۲ پرداخت. علاقه او به هوسرل برای مدت مدیدی دوام یافت (وانگ، ۴۱).

1. Leibniz

2 - Husserl.

۴- کاربرد روش هندسی در فلسفه اسلامی

در این بخش، روش هندسی را در یکی از قواعد فلسفه اسلامی به کار می‌گیریم. قاعده انتخاب شده برای این منظور، قاعده «اصالت وجود و اعتباریت ماهیت» است. از آنجا که قاعده یاد شده، بر قاعده‌های «زیادت وجود بر ماهیت» و «محال بودن سلب شیء از خود» مبتنی است، نخست دو قاعده اخیر را ثابت می‌کنیم و سپس به اثبات قاعده اصالت وجود می‌پردازیم. در آغاز، علائم و قواعد بکار گرفته در این تحقیق را معرفی می‌کنیم.

الف) فهرست علائم و قواعد منطقی

در منطق جدید نظام‌های علامت‌گذاری چندی مورد استفاده است. علائمی را که در این بخش به کار می‌گیریم، علائم حساب گزاره‌ها بر اساس نمادگذاری کتاب اصول ریاضیات راسل و وایتهد است. در منطق موجهات نیز منطق دانان، نظام‌های مختلفی را ارائه کرده‌اند (هاگهس و کرسول، 133-22؛ کونیندیک، جم). در این پژوهش از نظامی موسوم به (T) بهره می‌گیریم. علائم و قواعد این نظام به شرح زیر است:

یک) علائم نظام (T)

$\square p$	بالضرورة ^۱
$\diamond p$	امکان ^{۲ و ۳}
$\square (p \supset q)$ یا $p \rightarrow q$	استلزام اکید ^۴ (بالضرورة اگر P آنگاه q)
$\diamond p$ ، $\diamond \sim p$	امکان خاص ^۵ P

1. necessity

2. possibility

۳. مراد از ضرورت (\square) و امکان (\diamond) در اینجا، ضرورت و امکان در «صدق» است و نه در «جهت». در ضرورت و امکان به حسب «جهت»، محمول نسبت به موضوع سنجیده می‌شود در حالی که در ضرورت و امکان به حسب «صدق»، کل قضیه را با واقع و نفس الامر می‌سنجند. بنابراین، مثلاً، $\square p$ به این معناست که p مطابق با واقع و نفس الامر است و نه این که محمول این گزاره برای موضوعش، لزوماً، ضروری باشد.

4. strict implication

5. contingency

دو) قواعد نظام (T)

۱- قاعده حذف ضرورت^۱

$\square P$

$\therefore P \quad \square E$

۲- قاعده معرفی برهانک ضروری^۲

به وسیله این قاعده می توان نتایج بالضروره صادق را از مقدمات بالضروره صادق استنتاج کرد. در این برهان صرفاً گزاره هایی وارد می شوند که ضروری اند یعنی واجد صورت $\square P$ اند. در نتیجه می توان آخرین سطر را از درون «برهانک» بیرون آورد و آن را به ضرورت متصف نمود (علامت ضرورت (\square) را قبل از آن قرارداد).

ورود گزاره های ضروری به درون «برهانک» را «تکرار»^۳ می نامند. علامت ضرورت (\square) از این گزاره ها در درون برهانک حذف می شود. همانطور که گفته شد، برهانک ضروری مبتنی بر این قاعده است که هر نتیجه ای که از مقدمات بالضروره صادق استنتاج گردد، خود نیز ضروری است. این قاعده را می توان به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{array}{l} \square p \\ \square \quad | \quad p \quad (T-r) \\ \square \quad | \quad q \\ \square \quad q \quad (\square I) \end{array}$$

۳- قاعده معرفی امکان^۴

هر گزاره P را می توان متصف به امکان نمود.

$\therefore \diamond P \quad (\diamond I)$

1. necessity elimination

2. necessity subproof introduction

3. reiteration

4. necessity introduction

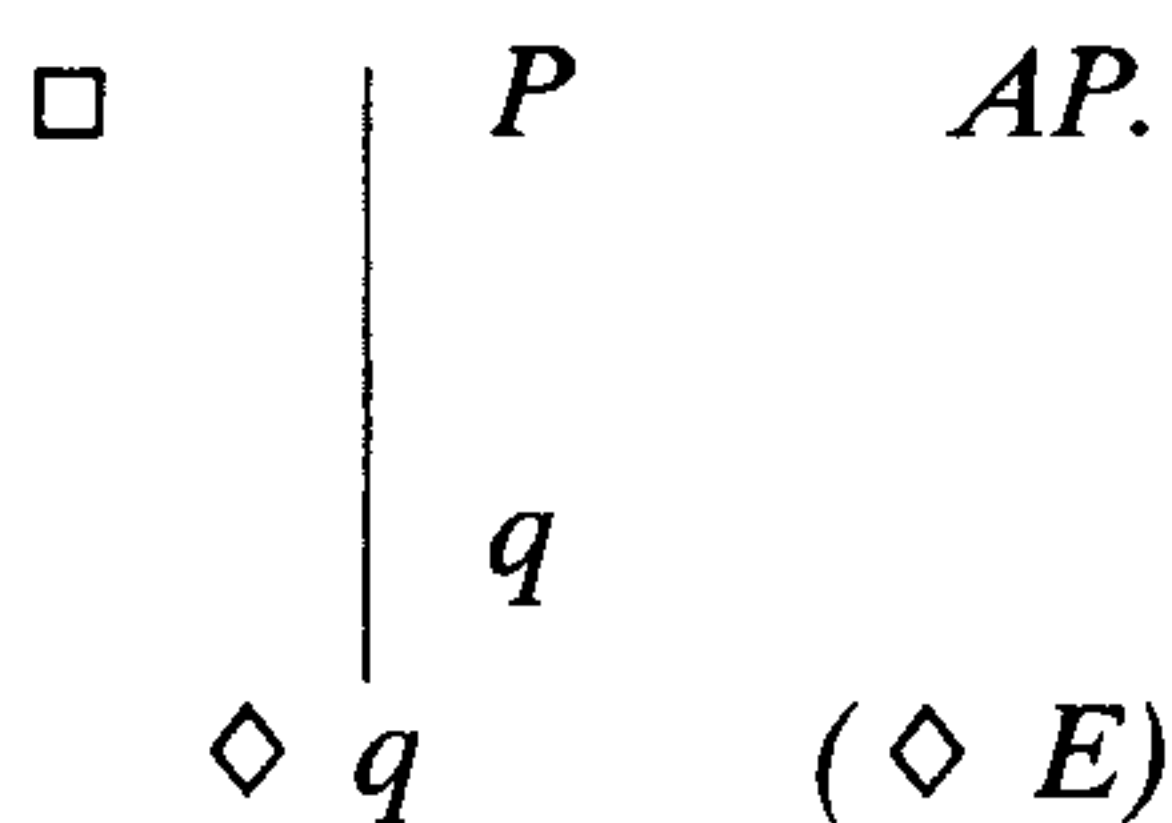
۴- قاعده حذف امکان^۱

این قاعده مبتنی بر قضیه اثبات شده زیر است:

$$(p \rightarrow q) \supset (\diamond p \supset \diamond q)$$

و می توان آن را به صورت زیر نمایش داد:

$\diamond P$



نظام منطقی (T) ضعیف‌ترین نظام منطق موجهات است (ضعیف‌تر از نظام‌هایی مانند S_4 و S_5 و...) که تنها با گزاره‌های بالضروره صادق سر و کار دارد و از آنجا که در پژوهش حاضر تمامی گزاره متصف به وصف ضرورتند، به استفاده از نظام‌های دیگر نیاز نیست.

(ب) قضیه (۱-۱): بالضروره، سلب شیء از خود محال است

یک) اصول متعارف

اصل متعارف (۱-۱): بالضروره، اگر سلب شیء از خود محال نباشد، آنگاه یک شیء خودش نیست.

اصل متعارف (۱-۲): بالضروره، اگر یک شیء خودش خودش نباشد، آنگاه اجتماع نقیضین محال نیست.

دو) مقدمات استدلال

- ۱- بالضروره، اگر سلب شیء از خود محال نباشد، آنگاه یک شیء خودش خودش نیست (اصل متعارف ۱-۱).
- ۲- بالضروره، اگر یک شیء خودش خودش نباشد، آنگاه اجتماع نقیضین محال نیست (اصل متعارف ۱-۲).
- ۳- بالضروره، اجتماع نقیضین محال است (مأخوذ از منطق).

سه) استدلال از طریق منطق قدیم

- ۱- مقدمات ۲ و ۳ ضربی منتج از قیاسی استثنایی را تشکیل می‌دهند که نتیجه آن عبارت است از: «بالضروره، یک شیء، خودش خودش است».
- ۲- مقدمه (۱) و نتیجه بند (۱) استدلال، ضربی منتج از قیاسی استثنایی را تشکیل می‌دهد که نتیجه آن عبارت است از: «بالضروره، سلب شیء از خود محال است».

چهار) استدلال از طریق منطق جدید

1. $\square (\sim A \supset \sim B)$	4. \square	$\sim C$	3, T-reit
2. $\square (\sim B \supset \sim C)$	5.	$\sim B \supset C$	2, T-reit
3. $\square \sim C$	6.	$\sim A \supset \sim B$	1, T-reit
	7.	$\sim \sim B$	5, 4, MT
$\therefore \square A$	8.	$\sim \sim A$	6, 7, MT
	9.	A	8, DN
	10. \square	A	9 $\square I$

ج) قضیه (۲-۱): مفهوم وجود زائد بر مفهوم ماهیت است، بالضروره

یک) حدود اولیه (تعاریف)

- تعریف (۲-۱): ماهیت آن است که در جواب سؤال «ماهو» بر شیء حمل شود.
- تعریف (۲-۲): زیادت مفهوم وجود بر ماهیت آن است که مفهوم وجود، جزء یا عین

مفهوم ماهیت نباشد.

دو) اصول موضوعه

اصل موضوع (۱-۲): بالضروره، واقعیت‌هایی مستقل از ذهن موجودند (اصل رئالیسم).

اصل موضوع (۲-۲): بالضروره، بعضی واقعیت‌های مستقل از ذهن منشاء انتزاع دو مفهوم وجود و ماهیت در ذهنند.

اصل موضوع (۳-۲): بالضروره، وجود از ماهیت سلب می‌شود.

سه) اصل متعارف

اصل متعارف (۱-۲): بالضروره اگر وجود جزء یا عین ماهیت باشد و وجود از ماهیت سلب شود، آنگاه سلب شیء از خود لازم می‌آید.

چهار) مقدمات استدلال

۱- بالضروره، بعضی واقعیت‌های مستقل از ذهن منشاء انتزاع دو مفهوم وجود و ماهیت در ذهن‌اند.

۲- بالضروره، اگر بعضی از واقعیت‌های مستقل از ذهن منشاء انتزاع دو مفهوم وجود و ماهیت باشند و اگر وجود جزء یا عین ماهیت نباشد، آنگاه وجود مغایر با ماهیت است، بر اساس اصل موضوع (۲-۲) و تعریف (۲-۲).

۳- بالضروره، اگر وجود جزء یا عین ماهیت باشد و وجود از ماهیت سلب شود، آنگاه سلب شیء از خود محال نیست (اصل متعارف ۱-۲).

۴- بالضروره، وجود از ماهیت سلب می‌شود (اصل موضوع ۳-۲).

۵- بالضروره، سلب شیء از خود محال است (قضیه ۱-۱).

پنج) استدلال از طریق منطق قدیم

۱- مقدمات (۳) و (۵) ضربی منتج از قیاس استثنایی را تشکیل می‌دهند که نتیجه

آن، این گزاره مرکب است: «بالضروره، چنین نیست که وجود جزء یا عین ماهیت باشد و

وجود از ماهیت سلب شود».

۲- از آنجا که انتفاء قضیه مرکب عطفی منوط به انتفاء یکی از دو جزء آن است، دست کم یکی از دو جزء قضیه مرکب فوق کاذب است، چون جزء دوم طبق اصل موضوع (۲-۳) صادق است. پس جزء اول کاذب است؛ در نتیجه نقیض آن، یعنی گزاره زیر صادق است: «بالضروره، چنین نیست که وجود جزء یا عین ماهیت باشد».

۳- ترکیب عطفی اصل موضوع (۲-۲) و نتیجه بند (۲) استدلال، این گزاره است: «بالضروره، بعضی واقعیت‌های مستقل از ذهن منشأ انتزاع دو مفهوم وجود و ماهیت در دهند و وجود جزء یا عین ماهیت نیست».

۴- نتیجه بند (۳) استدلال و مقدمه (۲)، ضربی منتج از قیاس استثنایی را تشکیل می‌دهد که نتیجه آن گزاره زیر است: «بالضروره، وجود مغایر با ماهیت است».

شش) استدلال از طرق منطق جدید

1. $\square A$

2. $\square [(A \cdot \sim B) \supset D]$

3. $\square [(B \cdot E) \supset \sim F]$

4. $\square E$

5. $\square F$

$\therefore \square D$

6. \square	E	4, T-reit
7.	F	5, T-reit
8.	$(B \cdot E) \supset \sim F$	3, T-reit
9.	$\sim \sim F$	7, DN
10.	$\sim (B \cdot E)$	8, 9, MP
11.	$\sim B \vee \sim E$	10, DEM
12.	$\sim \sim E$	6, DN
13.	$\sim E \vee \sim B$	11, COMM

14.		$\sim B$	13,12,DS
15.		$(A. \sim B) \supset D$	2, T-reit
16.		A	1, T-reit
17.		$A. \sim B$	16,14,CONJ
18.		D	17,15,MP
19	□	D	18 □ D

د) قضیه (۱-۳) وجود اصیل و ماهیت اعتباری است

یک) حدود اولیه (تعاریف)

تعریف (۱-۳): امر اصیل آن است که متن خارج و واقع را تشکیل دهد.

تعریف (۲-۳): امر اعتباری عبارت است از امر غیر اصیل.

دو) اصول موضوعه

اصل موضوع (۱-۳): بالضروره، ماهیات منشأ کثرت و اختلاف بالذاتند.

اصل موضوع (۲-۳): بالضروره، اگر وحدت حقیقه بین دو ماهیت محقق نشود، آنگاه بین آن دو، حمل واقع نخواهد شد.

اصل موضوع (۲-۳): بالضروره، بین دو ماهیت، حمل محقق شده است.

سه) اصول متعارف

اصل متعارف (۱-۳): بالضروره، اگر وجود مغایر با ماهیت باشد، آنگاه اگر هیچکدام

از وجود و ماهیت اصیل نباشند، آنگاه واقعیتی مستقل از ذهن موجود نیست.

اصل متعارف (۲-۳): بالضروره، اگر چنین نباشد که هیچکدام از ماهیت و وجود

اصیل نباشد، آنگاه اگر هر دو اصیل باشند، یک واقعیت خارجی دو واقعیت است.

اصل متعارف (۳-۳): بالضروره، اگر یک واقعیت خارجی دو واقعیت باشد، اجتماع

متقابلین واقع خواهد شد.

اصل متعارف (۳-۴): بالضروره، اگر ماهیات منشأ کثرت و اختلاف بالذات باشند و

وجود اصیل نباشد، آنگاه در خارج، وحدت حقیقیه و اتحاد بین دو ماهیت محقق نخواهد شد.

چهار) مقدمات استدلال

- ۱- بالضروره، مفهوم وجود مغایر با مفهوم ماهیت است (قضیه ۱-۲).
- ۲- بالضروره، واقعیت‌هایی مستقل از ذهن موجودند (اصل موضوع ۱-۲).
- ۳- بالضروره، اگر وجود مغایر با ماهیت باشد، آنگاه اگر هیچکدام از وجود و ماهیت اصیل نباشند، آنگاه واقعیتی مستقل از ذهن موجود نیست (اصل متعارف ۱-۳).
- ۴- بالضروره، اگر چنین نباشد که هیچکدام از ماهیت و وجود اصیل نباشند، اگر هر دو اصیل باشند یک واقعیت خارجی دو واقعیت خواهد بود (اصل متعارف ۲-۳).
- ۵- بالضروره، اگر یک واقعیت خارجی دو واقعیت باشد، اجتماع متقابلین واقع خواهد شد (اصل متعارف ۳-۳).
- ۶- بالضروره، اجتماع متقابلین واقع نمی‌شود (مأخوذ از منطق).
- ۷- بالضروره، ماهیات منشأ کثرت و اختلاف بالذاتند (اصل موضوع ۱-۳).
- ۸- بالضروره، اگر ماهیات منشأ کثرت و اختلاف بالذات باشند و وجود اصیل نباشد، آنگاه در خارج وحدت حقیقیه و اتحاد بین دو ماهیت محقق نخواهد شد (اصل متعارف ۳-۴).
- ۹- بالضروره، اگر وحدت حقیقیه بین دو ماهیت محقق نشود، آنگاه بین دو ماهیت حمل محقق نخواهد شد (اصل موضوع ۲-۳).
- ۱۰- بالضروره، بین دو ماهیت حمل محقق شده است (اصل موضوع ۳-۳).

پنج) استدلال از طریق منطق قدیم

- ۱- مقدمات (۹) و (۱۰) قیاسی منتج قیاسی منتج از نوع استثنایی متصل را تشکیل می‌دهند که نتیجه آن، این گزاره است: «بالضروره، وحدت حقیقیه بین دو ماهیت محقق شده است».
- ۲- نتیجه بند (۱) استدلال و مقدمه (۸) قیاسی منتج از نوع استثنایی متصل را تشکیل می‌دهد که نتیجه آن عبارت است از: «بالضروره، چنین نیست که ماهیات منشأ کثرت و

اختلاف بالذات باشند و وجود اصیل نباشد».

۳- از آنجا که انتفاء قضیه مرکب عطفی منوط به انتفاء حداقل یکی از دو جزء آن است، پس حداقل یکی از دو جزء قضیه مرکب «ماهیات منشأ کثرت و اختلاف بالذاتند و وجود اصیل نیست» کاذب است.

چون جزء اول بر اساس مقدمه (۷) صادق است پس جزء دوم کاذب است در نتیجه نقیض این جزء یعنی این گزاره صادق است: «بالضروره، وجود اصیل است».

۴- مقدمات (۵) و (۶) قیاسی منتج از نوع استثنایی متصل را تشکیل می دهند که نتیجه آن عبارت است از: «بالضروره، یک واقعیت خارجی دو واقعیت نیست».

۵- مقدمات (۳) و (۱) قیاسی منتج از نوع استثنایی متصل را تشکیل می دهند که نتیجه آن عبارت است از: «بالضروره، اگر هیچکدام از وجود و ماهیت اصیل نباشند، آنگاه واقعیتی مستقل از ذهن موجود نیست».

۶- نتیجه بند (۵) استدلال و مقدمه (۲) قیاسی منتج از نوع استثنایی متصل را تشکیل می دهد که نتیجه آن عبارت است از: «بالضروره، چنین نیست که هیچکدام از وجود و ماهیت اصیل نباشد».

۷- نتیجه بند (۶) با مقدمه (۴) قیاسی منتج از نوع استثنایی متصل را تشکیل می دهد که نتیجه آن عبارت است از:

«بالضروره، اگر وجود و ماهیت هر دو اصیل باشند، یک واقعیت خارجی دو واقعیت است».

۸- نتیجه بند (۷) با نتیجه بند (۴) قیاسی استثنایی را تشکیل می دهد که نتیجه آن عبارت است از: «بالضروره، چنین نیست که وجود و ماهیت هر دو اصیل باشند».

۹- نتیجه بند (۸) انتفاء گزاره عطفی «وجود و ماهیت هر دو اصیلند» است. انتفاء این گزاره، منوط به انتفاء دست کم یکی از دو جزء آن است و از آنجا که جزء اول با توجه به نتیجه بند (۳) صادق است پس جزء دیگر کاذب است، یعنی: «بالضروره، ماهیت اصیل نیست».

۱۰- از ترکیب عطفی نتایج بندهای (۳) و (۹) نتیجه می گیریم: «بالضروره، وجود اصیل است و ماهیت اصیل نیست».

شش) استدلال از طریق منطق جدید

1. $\Box A$
2. $\Box B$
3. $\Box \{A \supset [(\sim E. \sim F) \supset \sim B]\}$
4. $\Box \{(\sim E. \sim F) \supset [(\sim E.F) \supset k]\}$
5. $\Box (K \supset S)$
6. $\Box (\sim S)$
7. $\Box C$
8. $\Box [(c. \sim E) \supset \sim G]$
9. $\Box (\sim G \supset \sim M)$
10. $\Box M$

$\therefore \Box (E. \sim F)$

11. \Box	M	10, T.reit
12.	$\sim \sim M$	11, DN
13.	$\sim G \supset \sim M$	9, T.reit
14.	$\sim \sim G$	13, 12, MT
15.	$(C. \sim E) \supset \sim G$	8, T.reit
16.	$\sim (C. \sim E)$	15, 14, MT
17.	$\sim C \vee \sim \sim E$	16, DEM
18.	$\sim C \vee E$	17, DN
19.	C	7, T.reit
20.	$\sim \sim C$	19, DN
21.	E	18, 20, DS
22.	A	1, T.reit
23.	$[(\sim E. \sim F) \supset \sim B]$	3, T. reit

24.	$(\sim E. \sim F) \supset \sim B$	22,23,MP
25.	$E \vee F$	21,ADD
26.	$\sim \sim E \vee \sim \sim F$	25, DN
27.	$\sim(\sim E. \sim F)$	26, DEM
28.	$\sim(\sim E. \sim F) \supset [(E.F) \supset K]$	4, T. reit
29.	$(E.F) \supset K$	28, 27, MP
30.	$\sim S$	6, T. reit
31.	$K \supset S$	5, T. reit
32.	$\sim K$	31,30,MT
33.	$\sim(E.F)$	29, 32,MT
34.	$\sim E \vee \sim F$	33,DEM
35.	$\sim \sim E$	21, DN
36.	$\sim F$	34,35,DS
37.	$E. \sim F$	21,36, CONJ
38	$\square (E. \sim F)$	37 $\square I$

۵- نتیجه گیری

به کار گرفتن روش هندسی در فلسفه اسلامی به جهت تنظیم و تدقیق مباحث و تصریح مبانی و پیش فرض‌های آنها به تحقق اهداف زیر می‌انجامد:

- ۱- افزایش قابلیت نقد و ارزیابی مباحث.
- ۲- افزایش استحکام منطقی مباحث.
- ۳- پالایش مباحث از مطالب غیر ضروری و زائد.
- ۴- آسان تر شدن تعلیم و تعلم مباحث.

کتابشناسی

- ابن سینا، حسین بن عبدالله، اشارات و تنبیها، ترجمه حسن ملکشاهی، تهران، ۱۳۶۸.
- بیانی، علیقلی، منطق عشق عرفانی، تهران، ۱۳۶۴.

- راد، منوچهر، درون فهمی، تهران، ۱۳۵۷.
- طوسی، خواجه نصیرالدین، الجوهر النضید، شرح علامه حلی، ترجمه منوچهر صانعی دره بیدی، تهران، ۱۳۶۶.
- کارناپ، وان نویمان، راسل و دیگران، فلسفه ریاضی، ترجمه گروهی از دانشجویان، زیر نظر حسین ضیائی، تهران، ۱۳۵۹.
- گرینبرگ، ماروین جی، هندسه‌های اقلیدسی و نااقلیدسی، ترجمه م. ه. شفیعیه، تهران، ۱۳۶۱.
- ناگل، ارنست، برهان گودل و حقیقت و برهان، ترجمه محمد اردشیر، تهران، ۱۳۶۴.
- نبوی، لطف الله، «روش‌شناسی علوم قیاسی»، مدرس، شماره دوم، دوره اول، ۱۳۶۹.
- وانگ، هائو، سیر تحولات فکری کورت گودل، ترجمه شاپور اعتماد، شماره یکم، سال دوم، ۱۳۶۸.

Cottingham, John; Robert Stoothoff, Dugald Murdoch, *The Philosophical Writings of Descartes*, vol.2, Cambridge University The Press, 1985.

Durant, Will, *The Story of Philosophy*, New York, Garden City publishing Co. 1938.

Hughes, G.E. and M.J. Cresswell, *An Introduction Modal Logic*, 8th ed., London, Routledge Co. 1989.

Konyndyk, kenneth, *Introductory Modal Logic*, Noterdame, university of Noterdame press, 1986.

Spinoza, Benedictus, *the principles of Descartes, Philosophy*, 3d ed., Illinois. Open Court Publishing Co., 1905.