مقالات و بررسیها، دفتر ۷۶ (۲) فلسفه، پاییز و زمستان ۸۳، ص ۱۱-۲۹

بازسازی منطق ترجیح[۱]

امیر حسین فراهانی[۲]
ضیاء موحد[۳]

چکیده:

ارسطو را می‌توان از پیشگامان منطق ترجیح قلمداد نمود. در عصر جدید، محققان برجسته‌ای چون سورِن هالدن، جورج فون رایت، رودریک چیزم، نیکلاس رِشر و ریچارد جفری در احیاء و گسترش این بخش از دانشهای منطقی کوشش قابل ملاحظه‌ای از خود نشان داده‌اند. از جمله روابط منطقی که نقش پایه و اساسی در منطق ترجیح ایفا می‌کنند، رابطهٔ P و S است. P به معنای «p بر q ترجیح دارد» یا «p بهتر است از q»، و S به معنای «p در ارزش برابر است با q» است. در این مقاله سعی شده ضمن ارائهٔ سیر تاریخی مختصر از توسعهٔ منطق ترجیح، بعضی از اصول موضوعه آن ـ که توسط هالدن پیشنهاد گردیده است ـ مورد بررسی، نقد و ترمیم قرار گیرد. در تصحیح اصول مزبور، از مفهوم «ضرورت» و نظام «S5» در منطق موجهات بهره جسته‌ایم تا رابطه‌های P و S از مقبولیت منطقی بیشتری برخوردار شوند.

کلید واژه‌ها ترجیح، بهتر، برابر در ارزش، ترجیح مرتبهٔ اول و دوم، موجه.

پیشینهٔ تاریخی

نیکلاس رشر[۴] به عنوان یکی از پژوهشگران و متصدیان پرکار منطق ترجیح[۵] و منطق

---

۱. برگرفته از پایان نامهٔ تحصیلات دکتری به راهنمایی دکتر ضیاء موحد.
۲. دانشجوی دکتریٰ ـ منطق فلسفی دانشگاه تربیت مدرس
۳. دانشیار مؤسسه پژوهشی حکمت و فلسفه

4. N. Rescher 5. logic of preferenc

کُنش[1]، در مقدمهٔ کتاب *منطق تصمیم و کنش*[2]، کاشف منطق ترجیح را بنیانگذار منطق یعنی ارسطو می‌داند و معتقد است ارسطو در کتاب سوم از طوبیقا[3] اصول اولیهٔ مربوط به «ترجیح» را با عنوان «ارزش گذاری انتخاب»[4] مورد تدقیق قرار داده است (ص ۳۸). بنابراین به طور مختصر ایده‌های برگرفته از ارسطو را در مورد ترجیح برمی‌شمریم.

روش *العبارات* به گونه‌ای است که هیچ تمایز دقیقی بین ملاحظات صوری و مادی ترسیم نگردیده است، به عنوان مثال: آنچه که دوام بیشتری دارد و دیر پای‌تر است، نسبت به آنچه که دوام کمتری از آن دارد، مرجح است (116 a 13-14)؛ آنچه به خاطر خودش انتخاب می‌گردد، ترجیح دارد به آنچه که به خاطر غیر خودش انتخاب می‌گردد (116 a 29-30).

اصول دیگری در این راستا از ناحیهٔ ارسطو بیان گردیده است که نوعاً بیشتر توجیه منطقی دارند، از آن جمله: «امکان» (قابل اجرا، صورت پذیر[5]) مرجح است به «غیر ممکن» (غیرقابل اجرا، صورت ناپذیر[6])؛ آنچه قابلیت انجام بیشتری در هرلحظه یا اکثر اوقات را دارد، ترجیح بردار است. به عنوان مثال عدالت و کفّ نفس نسبت به شجاعت، ترجیح دارند زیرا آن دو همیشه قابل دسترس و اجرایند، اما شجاعت در بعضی اوقات قابل اجرا است (117 a 35-37)؛ اگر نوع الف مطلقاً بهتر (و قابل ترجیح نسبت به) نوع ب باشد، آنگاه بهترین فرد از الف بهتر (و مرجح) است، نسبت به بهترین فرد از ب؛ یعنی اگر نوع انسان بهتر از نوع اسب است، آنگاه بهترین فرد انسانی نیز از بهترین فرد اسب، بهتر است (117 b 33-35).

ابن سینا نیز در بخش جدل از *شفا* در فصل جداگانه‌ای به نام «فی الاولیٰ و الآثر» در خصوص «انتخاب» و «برتر» بحث می‌نماید (ص ۱۴۵) و معتقد است واژه‌های «انتخاب» و «برتر» به امور خُلقیه برمی‌گردد، یعنی اموری که فقط برای گزینش و اجتناب امور ظهور می‌یابند. او می‌گوید حقیقت امور خُلقیه، نظر به وضعیت اول بودن یا وضعیت دوم بودن اشیاء، و زیاد و کم بودن آنها نسبت به یکدیگر ترجیح دارد.

---

1. logic of action
2. *The Logic of Decision and Action*
3. Topics
4. the worthier of choice
5. possible
6. impossible

در نظر شیخ الرئیس رابطهٔ بین «زیاد و کم» و «منتخب و برتر» غالباً رابطه‌ای مستقیم است. مفهوم «برگزیده»[1] نزد بوعلی غیر از مفهوم «برتر»[2] است، زیرا ممکن است شیئی برتر باشد اما مورد انتخاب قرار نگیرد، به عنوان مثال مرگ با عزت برتر از زندگی خفت‌بار است ولی مورد انتخاب انسانها (مگر اندکی از آنها) نیست (همانجا).

بوعلی (ص ۱۴۶-۱۴۷) در اینکه دو شیء چگونه نسبت به یکدیگر مورد رجحان قرار می‌گیرند، وجوهی را ذکر می‌کند و آن موارد را با عنوان «وجوه افضلیت» می‌آورد که عبارتند از: ۱ـ اگر دو شیء در نوعی از ویژگی اشتراک داشته باشند که قبول زیادت و نقصان یا شدت و ضعف در آن ویژگی جایز باشد، در آن صورت اگر یکی از آن دو بهرهٔ بیشتری از آن ویژگی برده باشد، یا از شدت بیشتری برخوردار باشد، آنگاه برتر از دیگری تلقی می‌گردد، مانند: فلانی از نظر شجاعت و بخشندگی بهتر از دیگری است؛ یا این منزل زیباتر از منزل دیگر است.

۲ـ گاهی اوقات هر دو شقِ مورد مقایسه، از یک نوع ویژگی به مقدار مساوی برخوردارند، اما یکی از آن دو در فضیلتی دیگر برتر است، مانند: حسن شجاع است و عفیف و حسین شجاع است و نه عفیف، از این رو حسن افضل از حسین است.

۳ـ بعضی اوقات دو شیء در یک ویژگی، از نظر جنس و نه نوع آن، مورد مقایسه قرار می‌گیرند، مانند آنکه بگوییم این شخص الهی است و آن شخص الهی نیست، پس اولی برتر از دومی است. در اینجا الهی به این معناست که فضیلتی است باقی و معدوم نمی‌گردد مانند حکمت یا امری که نافع است و لذاته مورد طلب انسانها است.

۴ـ گاهی اوقات ویژگی و صفتی که در دو شیء مورد مقایسه وجود دارد، در یکی از آن دو ذاتی است و در دیگری عَرَضی است، مانند: حرکت برای محرک و متحرک، پس محرک در حرکت داشتن افضل از متحرک است.

در فلسفهٔ متأخر، این امر مجدداً توسط مکتب برنتانو[3] به ویژه از طریق هرمان شوارتز[4] و مَکس شلر[5] رواج یافت. بررسی‌های مرتبط با این مکتب توسط بسیاری از

---

۱. الآثر

۲. الافضل

3. F. Brentano

4. H. Schwarz

5. M. Scheler

پژوهشگران قاره‌ای[1] قبل از جنگ جهانی دوم صورت پذیرفت و در آن زمان این مسیر جستجو و تحقیق به ویژه در کشورهای اسکاندیناویایی گسترش و رواج فراوان یافت. از جمله دانشمندان معاصر و بعضاً در قید حیات در این حوزه می‌توان از هالدن[2]، جورج هنریک فون رایت[3]، لِوناردآکْویست[4] و اسوِن اُوْهانسون[5] و... نام برد. این موضوع در مراکز علمی آمریکای شمالی اخیراً مورد توجه قرار گرفت، پدیده‌ای که نیکلاس رِشِر، رُدریک چیشُلم[6]، و ریچارد مارتین[7] به طور عمده مسئولیت پرداختن به آن را به عهده گرفتند.

علاقهٔ بعضی از اقتصاددانان به تئوری ترجیح به عنوان کاربردی ویژه از مفهوم «سود»[8]، موجب پیشرفت این سنت فلسفی شده است. گسترش صوری این مفهوم و معنا از سود، مقدمهٔ مباحث موجود در تئوری بازی‌ها[9] قرار گرفت و نقش مهم و مؤثری در آن تئوری ایفا می‌کند. مفهوم ارزش گذاری (و سپس امکان ترجیح امری به امری) و احتمالات[10] نیز نقش روشنگر و برجسته در تئوری جدید تصمیم دارد، از آن جمله می‌توان به کتاب *منطق تصمیم*[11] ریچارد جفری[12] از بزرگان و طلایه داران این حوزهٔ تحقیقاتی اشاره نمود (موتافاکیس[13]، ۱-۹).

مدلهای متأثر از مفهوم و معنای ترجیح، در بسیاری از زمینه‌های متنوع علمی قابل مشاهده است. دانشمندان تجربی هریک در رشتهٔ علمی خود مبادرت به ساخت مدل می‌نمایند تا وضعیتی خاص را دقیق بفهمند یا دقیق به نمایش بگذارند. چنین مدلهایی ممکن است کم و بیش برای اهداف عملی و کاربردی مورد استفاده قرار گیرند. از این رو در این گونه موارد ضرورت دارد که میان اشیاء موجود در مدل، مقایسه صورت پذیرد. این امر اساساً یا به دلیل تأسیس نظام موجود میان اشیاء داخل در مدل یا به جهت تأسیس میزان قرابت اشیاء موجود در مدل صورت می‌پذیرد. اشیاء داخل در مدلها، امور

---

1. continental investigators
2. S. Halldén
3. G. H. Von Wright
4. L. Aqvist
5. S. O. Hansson
6. R. M.Chisholm
7. R. M.Martin
8. utility
9. theory of games
10. probability
11. *Logic Of Decision*
12. R. C. Jeffrey
13. N.J.Moutafakis

متنوعی می‌توانند باشند از کاندیداهای انتخاباتی گرفته تا وقفه‌های زمانیِ محض، از کدهای کامپیوتری تا ساختهای پزشکی، از هر نوع چشم انداز و پیش بینی تا تولید سیستم‌های مختلف.

به این دلیل است که مُدل سازی ترجیحی در طیف وسیعی از علوم متنوع می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد: اقتصاد، جامعه‌شناسی، علوم سیاسی، روانشناسی، هوش مصنوعی، علوم کامپیوتر، منطق زمان، برنامه ریزی ریاضی، تجارت الکترونیک، بیولوژی و پزشکی، معماری و آنالیز تصمیم‌گیری و....

دو رابطهٔ P و S را به اختصار مورد بررسی قرار می‌دهیم و ضمن ارائهٔ بعضی مشکلات معنایی (دلالت شناسانه)[1] در هر کدام، سعی در بازسازی بعضی از اصلهای منطق ترجیح (متعلق به هالدن) می‌نمائیم. البته خاطر نشان می‌شود که این بازسازی در یک فضای دو ارزشی انجام می‌شود و ارائهٔ راه‌حلهای دیگر که توسط منطق‌های چند ارزشی و در نهایت به وسیلهٔ منطق فازی می‌توان پیشنهاد داد از حوصلهٔ این مقاله خارج است و نوشتار دیگری را می‌طلبد.

وجوه و مراتب ترجیح

در یک بررسی اولیه معلوم می‌گردد که مفهوم «ترجیح» رابطه‌ای مستقیم و بنیادی با مفاهیم «خوب»، «بد» و «بهتر» دارد. این سه، از مفاهیم برجسته و اساسی در علم ارزش‌شناسی[2] محسوب می‌گردند. واضح است خوب و بد از جمله مفاهیم مطلق و بهتر (یا بدتر) مفهومی مقایسه‌ای قلمداد می‌شوند. بنابراین، بلافاصله پس از خوب یا بد دانستن (فهمیدن به ادراک حسی یا باورداشتن به) یکی از حداقل دو امر ـ در زمان و مکان معین و توسط شخص معین ـ ترجیحِ یکی از آن دو مورد بر دیگری ظهور می‌یابد. وجوه ترجیح امری به امر دیگر را به طور اجمالی به موارد ذیل می‌توان منحصر نمود: ۱ـ ترجیح امری (یا کاربرد وسیله‌ای) بر امری (یا کاربرد وسیله‌ای) دیگر: برای مسافرت به شمال ایران، استفاده از اتومبیل ترجیح دارد بر استفاده از هواپیما.

۲ـ ترجیح یک روش از انجام دادن امری (کاری) بر روش دیگر از انجام دادن همان

---

1. semantics
2. axiology

امر: استفاده از اینترنت در کسب اطلاعات علمی ترجیح دارد بر استفاده از آن در بازیهای کامپیوتری.

۳ـ ترجیح یک وضع از امور[1] بر وضع امور دیگر: سلامتی بر بیماری ترجیح دارد، شغل با درآمد کم با استراحت بیشتر ترجیح دارد بر شغل با درآمد بیشتر اما با زحمت فراوان (البته بستگی به فاعل[2] دارد).

۴ـ ترجیح باوری بر باور دیگر: استقامت در انجام کاری (به عنوان یک باور دینی یا تجربی) مرجح است بر رها کردن آن پس از چند بار ناکامی (به عنوان یک باور).

خاطر نشان می‌نماید هر یک از وجوه ترجیح، ضرورتاً با فاعل خاص ارتباط دارد. ترجیح، در واقع ترجیحِ متعلق به یک شخص در یکی از وجوه مذکور است. ترجیح نه تنها به آن شخص تعلق دارد بلکه به لحظه‌ای خاص، و موقعیت یا بخشی از زندگی او مرتبط می‌گردد. یک شخص ممکن است در بخش‌های مختلف زندگی خود، ترجیحات متفاوتی نسبت به یک امر معین داشته باشد.

در یک نظر، ترجیح را می‌توان برای مقایسه بین دو گزاره استفاده نمود و سپس برای رابطهٔ بین دو جمله که بیان کنندهٔ آن دو گزاره باشند. در صورت دوم، رابطهٔ ترجیح متعلق است به همان مقولهٔ نحوی که رابطهٔ «$\supset$» در استلزام مادی. حال اگر جملات مزبور (و نه نام آنها یا نام گزاره‌های آنها) را در دو طرف نماد ترجیح P بنویسیم و جملاتی جدید نظیر «$p \; P \; q$» به دست آیند، مسأله کمی پیچیده‌تر خواهد شد. نماد P در اینجا همچون یک ادات[3] عمل می‌کند و نه یک محمول نشانهٔ دو موضعی[4]، از این رو نه تنها می‌توان ترجیح مرتبهٔ اول[5] را داشت مانند: اکبر ترک سیگار (سیگار نکشیدن) را بر سیگار کشیدن ترجیح می‌دهد. $\sim p \; P \; p$

بلکه می‌توان به ترجیحِ مرتبهٔ دوم[6] به معنای «ترجیح از میان یکی از مرجحات» قائل شد: اکبر رجحان ترکِ سیگار بر کشیدن سیگار را ترجیح می‌دهد بر رجحان کشیدن سیگار بر ترک سیگار: $(\sim p \; P \; p) \; P \; (p \; P \sim p)$

---

1. state of affairs
2. agent
3. connective
4. two - place predicate
5. first - order preference
6. second - order preference

این مسیر از وضع مرتبه‌های بالاتر در ترجیح، متوقف به این حدّ نیست، بلکه می‌توان عباراتی با ترجیح مرتبهٔ سوم در میان ترجیحات مرتبهٔ دوم و اول ساخت:

$((\sim p \; P \; p) \; P \; (p \; P \; P \; \sim p)) \; (p \; P \; \sim p)$

اکبر رجحان «ترجیح نکشیدن سیگار بر کشیدن سیگار» بر «ترجیح کشیدن سیگار بر نکشیدن سیگار» را ارجح می‌داند از «ترجیح کشیدن سیگار بر نکشیدن سیگار».

ریچارد جفری نماد P در عبارات مذکور را به همان مقولهٔ نحوی متعلق می‌داند که نماد $\dashv$ در استلزام اکید به نظر لوئیس[1]. در واقع از نظر او در حرکت از ترجیح به عنوان یک رابطهٔ ساده به سوی ترجیح به عنوان یک ادات، به یک مسألهٔ موجّه[2] ارتقاء یافته‌ایم و مسیری چون از استلزام مادی $\supset$ به استلزام اکید $\dashv$ طی گردیده است (ص ۱۵۴-۱۵۵).

به نظر می‌رسد تمام انسانها حتی کودکان و بیماران روانی، ترجیحات از نوع مرتبه‌های بالا دارند و حیوانات تنها از ترجیحات مرتبهٔ اول برخوردارند. به عنوان مثال گربه‌ای که ظرف شیر را بر آب ترجیح می‌دهد نهایت کار او محدود به مقولهٔ تصمیم‌گیری و رجحان چیزی بر چیزی است. اما در مثالهای یاد شده، دو مرحله بالاتر از ترجیح گربه، برای اکبر (در خصوص کشیدن سیگار و ترک آن) بیان می‌شود، یعنی ترجیح از میان چند ترجیح. نکتهٔ اساسی آنست که حیوانات آنگونه که از تفاوت بین دو شیء - به عنوان متعَلَق میل[3] یا نفرت[4] - آگاهی دارند، در مورد ترجیحات خود آگاه نیستند. در حالی که انسان آگاه از ترجیحات خود است یا می‌تواند در صورت توجه پیدا کردن، آگاه گردد. بنابراین در بحث از ترجیحات در حیطهٔ انسان، بیشتر برآنیم ترجیح را به عنوان ادات جمله‌ای[5] بیان کنیم تا یک رابطهٔ ساده و بسیط بین دو جمله.

با عنایت به این مطالب و توجهی که به معنای ترجیح و مراتب آن گردید، ابتدا به معرفی و تعریف دو رابطهٔ P و S در منطق ترجیح می‌پردازیم و سپس به تحلیل بعضی از اصل موضوعهای آن و ترمیم یکی از نظامهای ترجیحی (متعلق به هالدن) به کمک بعضی از مفاهیم منطق موجهات مبادرت می‌ورزیم.

---

1. C.I.Lewis   2. modal   3. desire   4. aversion
5. sentential connective

رابطه P

هالدن و فون رایت به عنوان اولین منطق دانانی که در عصر حاضر موفق به نمادین کردن منطق ترجیح شدند، فرمول زیر را هر یک به ترتیب اصل هفتم (سورن هالدن، ص ۲۸) و اصل سوم (فون رایت، *رساله‌ای در منطق ترجیح*[1]، ۴۰) از سیستم خود معرفی نموده‌اند:

$$(۱)\quad (p\ P\ q)\equiv((p\ \wedge \sim q)\ P\ (\sim p\ \wedge\ q))$$

عبارت مذکور به این معناست که وضع امور p بر وضع امور q ترجیح دارد، اگر و تنها اگر p و q~ مرجح باشد بر p~ و q. یعنی در تصمیم‌گیری بین p و q، در واقع مقایسه‌ای (مجرد) بین آن دو رخ نداده است بلکه مقایسه‌ای بین وضعیت «صدق p و کذب q» از یک طرف و وضعیت «صدق q و کذب p» از طرف دیگر برقرار گردیده است.

بنگت هانسون بر آنست که فرمول یاد شده غیر قابل فهم است، مستدل نیست و دلیل خود را اینگونه اقامه می‌نماید:

در (۱) به جای p و q به ترتیب q~ و p~ قرار می‌دهیم:

$$(۱)'\quad (\sim q\ P\ \sim p)\equiv((\sim q\wedge \sim\sim p)\ P\ (\sim\sim q\wedge \sim p))$$

$$(۱)''\quad (\sim q\ P\ \sim p)\equiv((\sim q\wedge p)\ P\ (q\wedge \sim p))$$ حذف نقض $(۱)'$

$$(۱)'''\quad (\sim q\ P\ \sim p)\equiv((p\wedge \sim q)\ P\ (\sim p\wedge q))$$ جابجایی $(۱)''$

از یکسان بودن طرف راست در $(۱)'''$ و (۱) نتیجه می‌گیریم:

$$(۲)\quad (p\ P\ q)\equiv(\sim q\ P\ \sim p)$$

هانسون با ارائهٔ یک نمونه مثال نقض از (۲)، غیر معتبر بودن آن را نشان می‌دهد: فرض کنید شخص A بلیطی را از یک مؤسسهٔ اعانه خریداری نموده است. آن مؤسسه در قرعه کشی خود، دو جایزه با ارزشهای متفاوت قرار داده است. اگر p را برای «A، جایزه اول را می‌برد» وضع کنیم عبارت $p\ P\ q$ برای شخص A، صادق و مستدل است. اما اگر A، فرمول (۲) را بپذیرد آنگاه به ناچار باید به صدق $\sim q\ P\ \sim p$ نیز اذعان نماید، یعنی: برنده نشدن جایزهٔ دوم را به برنده نشدن جایزهٔ اول ترجیح دهد.

---

1. *The Logic of Preference: An Essay*

در واقع A با قبول (۲) دچار ترجیح خلاف ـ شهود[1] گردیده و از این رو (۲) را نمی‌توان به عنوان یک اصل در نظریهٔ ترجیح پذیرفت (هانسون، ۴۲۸).

هالدن خود نیز طی استنتاجی، (۲) را از (۱) نتیجه می‌گیرد و معتقد است که باید اعتبار آن را به عنوان یک قضیهٔ ترجیحی بپذیریم. البته خاطر نشان می‌نماید که (۲) به نتایجی منجر می‌شود که مسلماً عجیب می‌نمایند اما نه کاذب و این مطلب قابل توجه است. او می‌گوید قضیهٔ (۲) با عادات ذهنی و عقلانی انسان در تزاحم است ولی نه با حقایق منطقی (ص ۲۹).

با عنایت به مثال نقضی که هانسون ایراد نمود، تنها یکی از α و β در $\alpha \, ^{P} \, \beta$ ضرورتاً مستلزم دیگری است و نه هر دو یعنی: $\left(\Box(\alpha \supset \beta) \vee \Box(\beta \supset \alpha)\right) \wedge \sim\Box(\alpha \equiv \beta)$

پس با توجه به فرمول (۱):

$$(\alpha \, ^{P} \, \beta) \equiv \left((\alpha \wedge \sim\beta) \, ^{P} \, (\sim\alpha \wedge \beta)\right)$$

آیا می‌توان گفت $\alpha(\beta)$ ضرورتاً مستلزم $\beta(\alpha)$ است؟ یعنی: $\Box\left(\alpha(\beta) \supset \beta(\alpha)\right)$

اگر این عبارت صادق باشد، در آن صورت $\alpha \wedge \sim\beta(\sim\alpha \wedge \beta)$، خود ـ متناقض[2] خواهد شد، یعنی نمی‌تواند بیان کنندهٔ هیچ وضع ممکنی باشد. در اینگونه موارد نمی‌توان فهمید که $(\alpha \wedge \sim\beta)$ مرجح است بر $(\sim\alpha \wedge \beta)$، یعنی چه، از طرف دیگر اجازه داریم که بگوییم (۱) برقرار است تنها هنگامی که هم $p \wedge \sim q$ و هم $\sim p \wedge q$ ضرورتاً ممکن باشند، یعنی p و q مستلزم یکدیگر نباشند. تا زمانی که اینگونه فکر کنیم می‌توان حداقل از مشکلی که توسط هانسون طرح گردید برحذر ماند. بنابراین اگر $\Box(p \supset q)$ به معنای «p ضرورتاً مستلزم q است» باشد، فرمول (۱) آنگاه صادق خواهد بود که p و q هر دو یکدیگر را مستلزم نگردند و در نتیجه (۱) را می‌توان چنین بازنویسی کرد:

(۳) $\Box(p \supset q) \vee \Box(q \supset p) \vee \left((p \, ^{P} \, q) \equiv \left((p \wedge \sim q) \, ^{P} \, (\sim p \wedge q)\right)\right)$

مجدداً به جای p و q به ترتیب $\sim q$ و $\sim p$ را قرار می‌دهیم:

(۳)′ $\Box(\sim q \supset \sim p) \vee \Box p \supset \sim q) \vee \quad \left((\sim q \, ^{P} \, \sim p) \equiv \left((\sim q \wedge \sim\sim p) \, ^{P} \, (\sim\sim q \wedge \sim p)\right)\right)$

قاعدهٔ عکس بر (۳)′

1. counter-intuition
2. self-contradictory

$$(۳)'' \quad \Box(\sim\sim p \supset \sim\sim q) \vee \Box(\sim\sim q \supset \sim\sim p) \vee \big((\sim q \ \mathrm{P} \ \sim p) \equiv ((\sim q \wedge \sim\sim p) \ (\sim\sim q \wedge \sim p))\big)$$

قاعدهٔ حذف نقض بر $''(۳)$

$$(۳)''' \Box \ (p \supset q) \vee \Box(q \supset p) \vee \big((\sim q \ \mathrm{P} \ \sim p) \equiv ((\sim q \wedge p) \ \mathrm{P} \ (q \wedge \sim p))\big) \qquad (۳)'''$$

قاعدهٔ جابجایی بر $'''(۳)$

$$(۳)^{+} \ (p \supset q) \vee \Box(q \supset p) \vee \big((\sim q \ \mathrm{P} \ \sim p) \equiv ((p \wedge \sim q) \ \mathrm{P} \ (\sim p \wedge q))\big)$$

با یکسان بودن طرف راست مؤلفهٔ سوم در (۳) و $^{+}(۳)$، می‌توان نتیجه گرفت:

$$(۴) \quad \Box(p \supset q) \vee \Box(q \supset p) \vee ((p \ \mathrm{P} \ q) \equiv (\sim q \ \mathrm{P} \ \sim p))$$

یعنی (۲) صحیح است اگر p و q مستلزم یکدیگر نباشند (سایتو[1]، ۳۸۷-۳۹۱). اجازه دهید فرمول (۳) را مورد بررسی بیشتر قرار دهیم. بنابر قواعد توابع ارزش، یکی از حالات صدق (۳)، آنست که هم $(p \ \mathrm{P} \ q) \equiv ((p \wedge \sim q))$ صادق باشد و هم $\Box(p \supset q) \vee \Box(q \supset p)$. از طرفی یکی از موارد صدق $\Box(p \supset q) \vee \Box(q \supset p)$ آنست که هر دو مؤلفهٔ آن صادق باشند، و این به معنای استلزام p و q از یکدیگر است که با پیش فرض ارائه شده برای درستی (۱) مغایرت دارد. همانطور که قبلاً معلوم گردید، فرمول (۱) آنگاه صادق خواهد بود که p و q، با هم مستلزم دیگری نگردند.

بنابراین پیشنهاد می‌شود نظر سایتو در خصوص (۴) را به صورت زیر بازنویسی کنیم تا این مشکل برطرف گردد:

$$(۵) \quad \sim(\Box(p \supset q) \wedge \Box(q \ \acute{Y} \ p)) \wedge ((p \ \mathrm{P} \ q) \equiv (\sim q \ \mathrm{P} \ \sim p))$$

یعنی (۱) آنگاه صادق است که چنین نباشد p و q با هم مستلزم یکدیگر باشند. به‌عبارت دیگر این عبارت عطفی آنگاه صادق است که هر دو مؤلفهٔ آن صادق باشد و صدق مؤلفهٔ اول ـ اگر نقض را به داخل پرانتز اثر دهیم ـ منوط به صدق این رابطه است:

$$\sim\Box(p \supset q) \vee \sim\Box(q \supset p)$$

در اینجا یا یکی از دو طرف صادق است یا هر دو طرف، حالت دوم به این معناست که p و q با هم مستلزم یکدیگر نیستند. بنابراین فرمول (۵) را می‌توان چنین نوشت:

1. S. Saito

(۶) $(\sim\Box(p\supset q)\vee\sim\Box(q\supset p))\wedge((p\ P\ q)\equiv(\sim q\ P\ \sim p))$

شرط صحت عبارت عطفی مذکور آنست که هر دو مؤلفه‌اش صادق باشد و شرط صدق مؤلفهٔ اول آنست که دو مؤلفهٔ منفصله، کاذب نباشند یعنی $\Box(p\supset q)$ و $\Box(q\supset p)$ با هم برقرار نباشند.

رابطهٔ S

به معرفی، تعریف و تحلیل مختصر از رابطهٔ S به معنای «یکسان بودن» یا «برابر در ارزش» می‌پردازیم. فرض کنید x و y رنگ واحدی دارند. هم رنگ بودن x و y را چنین تعریف می‌کنیم: x، A است اگر و تنها اگر y، A باشد و A کیف مبصر از نوع رنگ است. همینطور اگر یکسان بودن x و y را در مورد مزّه بخواهیم لحاظ کنیم چنین خواهد شد: اگر B، کیفی از نوع مزه باشد، آنگاه x، B است اگر و تنها اگر y، B باشد. بنابراین به عنوان یک حکم کلی می‌توان گفت: $p\ S\ q$ به این معناست که p و q نسبت به مجموعه‌ای خاص از اوصاف (رنگ، بو، مزه، حجم و...) یکسانند؛ این مجموعه شامل همهٔ اوصاف ارزشی و همهٔ اوصاف ربطی است که در مجموع نِسَب ارزشی[1] نامیده می‌شود.

بنابراین S را می‌توان چنین تعریف کرد: $p\ S\ q$= به ازای هر نسبت ارزشی A، A اسناد داده می‌شود به p اگر و تنها اگر A اسناد داده شود به q:

$(p\ S\ q)=df\ (\forall A)(Ap\equiv Aq)$

و اگر بخواهیم S را بر حسب رابطهٔ P تعریف کنیم، چنین خواهد شد: $p\ S\ q$= به ازای‌هر r، $r\ P\ p$ اگر و تنها اگر $r\ P\ q$، و $p\ P\ r$ اگر تنها و اگر $q\ P\ r$ (هالدن، ۳۲).

اما فون رایت رابطهٔ S را متفاوت با هالدن تعریف می‌کند. او می‌گوید: «وضع امور p، ارزش ـ برابر (یکسان) است نسبت به وضع امور q اگر و تنها اگر تحت هیچ شرایطی وضع امور $p\wedge\sim q$ بر وضع امور $\sim p\wedge q$ ترجیح نداشته باشد و برعکس» (رایت، ۵۷):

$(p\ S\ q)=df\sim((p\wedge\sim q)\ P\ (\sim p\wedge q))\wedge\sim((\sim p\wedge q)\ P\ (p\wedge\sim q))$

هالدن در خصوص رابطهٔ S، فرمول زیر را به عنوان اصل موضوع هشتم در کتاب خود معرفی می‌نماید (ص ۲۸):

---

1. value attributes

(۷) $(p \;^{S}\; q) \equiv \big((p \wedge \sim q) \;^{S}\; (\sim p \wedge q)\big)$

او S را به معنای برابر ـ در ارزش با[1] می‌داند. با عنایت به آنچه در خصوص رابطهٔ P و فرمول (۱) گذشت، در اینجا نیز به همان صورت، در مورد (۷) انجام می‌دهیم، یعنی به جای p و q به ترتیب q~ و p~ قرار می‌دهیم:

(۷)′ $(\sim q \;^{S}\; \sim p) \equiv \big((\sim q \wedge \sim\sim p) \;^{S}\; (\sim\sim q \wedge \sim p)\big)$

قاعدهٔ حذف نقض بر ′(۷)

(۷)″ $(\sim q \;^{S}\; \sim p) \equiv \big((\sim q \wedge p) \;^{S}\; (q \wedge \sim p)\big)$

قاعدهٔ جابجایی بر ″(۷)

(۷)‴ $(\sim q \;^{S}\; \sim p) \equiv \big((p \wedge \sim q) \;^{S}\; (\sim p \wedge q)\big)$

سمت راست (۷) و ‴(۷) یکسان است، پس:

(۸) $(p^{S}q) \equiv (\sim q^{S} \sim p)$

(۸) نیز همچون (۲)، مغایر با ادارک شهودی است که از رابطهٔ S (برابر ـ در ارزش) می‌فهمیم. به این مثال نقض توجه کنید: احمد و عباس دوقلویند. اگر «رنگ چشم احمد آبی است» را برای p و «رنگ چشم عباس آبی است» را برای q وضع کنیم، در این صورت $p \;^{S}\; q$ صادق خواهد شد. حال اگر (۸) را صادق بدانیم، $\sim q \;^{S}\; \sim q$ را نیز باید صادق فرض کنیم، یعنی «آبی نبودن چشم عباس، در ارزش ـ برابر است با آبی نبودن رنگ چشم احمد». این عبارت ضرورتاً صادق نیست، زیرا آبی نبودن چشم عباس بر یکی از رنگ‌های بی‌شمار غیرآبی حکایت می‌کند و معلوم نیست بر کدام یک از رنگ‌های بی شمار در «رنگ غیر آبی بودن چشم احمد» منطبق گردد.

فرمول (۷) بر آنست که $p \wedge \sim q$ در ارزش، برابر است با $\sim p \wedge q$. در حالی که هر یک از این دو، واجد جمله نشانه‌های نقیض نسبت به دیگری است، در واقع این دو عبارت با عنایت به ویژگی عطفی بودنشان، متناقض یکدیگرند. فون رایت معتقد است اگر یک وضع امور و نقیض آن، ارزش برابر باشند می‌گوییم آن وضع امور و متناقضش، ارزش ـ صفرند[2] (ص ۵۷). یعنی یکسان (ارزش ـ برابر) بودن p و q در (۷)، معادل است با

---

1. equal in value to

2. zero - value

یکسان‌بودن دو عبارتِ ارزش ـ صفر. پس هر رابطهٔ S معادل است با یکسان بودن دو عبارت ارزش‌ـصفر، یعنی همهٔ S- رابطه‌ها معادل یکدیگر خواهند شد و این محال است و باطل.

این مشکل آنگاه برطرف می‌گردد که p و q مستلزم یکدیگر نباشند، یعنی فرمول (۷) زمانی صادق است که p و q با هم مستلزم یکدیگر نباشند، بنابراین:

(۹) $\left(\sim\Box(p\supset q)\vee\sim\Box(q\supset p)\right)\wedge\Big((p\ ^{S}\ q)\equiv\big((p\wedge\sim q)\ ^{S}\ (\sim p\wedge q)\big)\Big)$

اگر به جای p و q به ترتیب q~ و p~ قرار دهیم:

(۹)′ $\left(\sim\Box(\sim q\supset\sim p)\vee\sim\Box(\sim p\supset\sim q)\right)\wedge$
$\Big((\sim q\ ^{S}\ \sim p)\equiv\big((\sim q\wedge\sim\sim p)^{S}\ (\sim\sim q\wedge\sim p)\big)\Big)$

قاعدهٔ عکس بر ′(۹)

(۹)″ $\left(\sim\Box(\sim\sim p\supset\sim\sim q)\vee\sim\Box(\sim\sim q\supset\sim\sim p)\right)\wedge$
$\Big((\sim q\ ^{S}\ \sim p)\equiv\big((\sim q\wedge\sim\sim p)\ ^{S}\ (\sim\sim q\wedge\sim p)\big)\Big)$

قاعدهٔ حذف نقض بر ″(۹)

(۹)‴ $\left(\sim\Box(p\supset q)\vee\sim\Box(q\supset p)\right)\wedge$
$\Big((\sim q\ ^{S}\ \sim p)\equiv\big((\sim q\wedge p)\ ^{S}\ (q\wedge\sim p)\big)\Big)$

قاعدهٔ جابجایی بر ‴(۹)

$(۹)^{+}$ $\left(\sim\Box(p\supset q)\vee\sim\Box(q\supset p)\right)\wedge$
$\Big((\sim q\ ^{S}\ \sim p)\equiv\big((p\wedge\sim q)\ ^{S}\ (\sim p\wedge q)\big)\Big)$

با توجه به یکسان بودن طرف راست دو شرطی مندرج در $^{+}$(۹) و (۹) نتیجه می‌شود:

(۱۰) $\left(\sim\Box(p\supset q)\vee\sim\Box(q\supset p)\right)\wedge\left((p\ ^{S}\ q)\equiv(\sim q\ ^{S}\ \sim p)\right)$

بنابراین (۸) صادق است اگر p و q با هم مستلزم یکدیگر نباشند.

اصلاح سیستم A در هالدن

سایتو معتقد است اگر چه صحت فرمول (۱) بدون امکان استلزام یکی از p یا q بر دیگری، ممکن نیست، اما مسأله را می‌توان به شیوهٔ دیگری مورد بررسی قرار داد، یعنی

اگر قائل شویم «p مستلزم q است»، در خصوص وضع رابطهٔ ترجیحی بین p و q، حداقل می‌توان گفت عبارتست از: اگر p مستلزم q باشد، آنگاه ترجیح p بر q معادل است با ترجیح p بر نقیض p و q (ص ۳۸۸):

$$\Box(p \supset q) \supset \big((p\ P\ q) \equiv (p\ P\ (\sim p \wedge q))\big) \quad (۱۱)$$

با توجه به مثال مورد اشاره هانسون، این عبارت می‌گوید: رجحانِ بُردن جایزهٔ اول بر بردن جایزهٔ دوم معادل است با رجحان بردن جایزهٔ اول بر نبردن جایزهٔ اول و بردن جایزهٔ دوم (که بسیار منطقی‌تر و شهودی‌تر از معنای(۲)به نظر می‌رسد). حال اگر q بر p مستلزم باشد، آنگاه، رجحان p بر q معادل است با رجحان p و ~q بر q ، یعنی:

$$\Box(q \supset p) \supset \big((p\ P\ q) \equiv ((p \wedge \sim q)\ P\ q)\big) \quad (۱۲)$$

نمونهٔ جانشین (۱۱) در صورت جایگزین کردن p به جای q، چنین خواهد شد:

$$\Box(p \supset p) \supset \big((p\ P\ p) \equiv (p\ P\ (\sim p \wedge p))\big)$$

از آنجا که $p \supset p$ یک توتولوژی است و $\sim p \wedge p$ یک تناقض است که به اختصار با c نشان می‌دهیم، بنابراین عبارت به صورت زیر تغییر می‌یابد:

$$(p\ P\ p) \equiv (p\ P\ c)$$

و چون رابطهٔ ترجیحی P یک رابطهٔ غیر انعکاسی است[1] (زیرا رجحان چیزی بر خودش به معنای بهتر بودن آن نسبت به خودش است که به معنای قبول تناقض است)، پس $\sim(p\ P\ p)$ یک توتولوژی محسوب می‌گردد. در نتیجه $p\ P\ c$ که معادل $p\ P\ p$ است، کاذب است مگر آنکه:

$$\sim(p\ P\ c) \quad (۱۳)$$

حال اگر همین مسیر را نسبت به (۱۲) طی کنیم و به جای p، q را جایگزین کنیم، در نهایت می‌رسیم به:

$$\sim(c\ P\ p) \quad (۱۴)$$

در سیستم‌هایی که بعضی از اوضاع امور، غیر قابل مقایسه با یکدیگرند، (۱۳) و (۱۴) نامعقول و بی‌معنا نیستند. اما در سیستم‌هایی که همهٔ اوضاع امور قابل مقایسه با یکدیگرند، (۱۳) و (۱۴) دست آوردی غیر عقلانی را به ارمغان می‌آورند. در چنین سیستمی، عبارت $\sim(c\ P\ p) \wedge (p\ P\ c)$ معادل است با $p^{S}c$ (زیرا هر دو وضع امور که هیچکدام مرجح نباشد بر دیگری، برابر ـ در ارزشند):

1. irreflexive

(۱۵) $(\sim(p\ ^{P}\ c)\wedge\sim(c\ ^{P}\ p))\equiv(p\ ^{S}\ c)$

توضیح آنکه برای هر وضعی از امور دیگر غیر از p نیز، به فرمولی نظیر (۱۵) می‌رسیم. یعنی برای q, r, s,... هم به عبارتی مانند:

$q\ ^{S}\ c$

$r\ ^{S}\ c$

$s\ ^{S}\ c$

می‌رسیم. از آنجا که همهٔ اوضاع امور با c برابر - در ارزش می‌گردند، و از طرفی از جمله ویژگی‌های رابطه عبارتند از تقارن[1] و تعدی[2]، از این رو می‌توان چنین استنباط نمود که همهٔ اوضاع امور در ارزش، برابرند که نتیجه‌ای کاملاً کاذب و باطل است. به جهت فرار از این پی‌آمد نادرست، به نظر می‌رسد لازم است که سیستم را اصلاح کنیم و بر این اساس باید عبارت «همهٔ اوضاع امور، قابل مقایسه با یکدیگرند» را حذف و عبارت «همهٔ اوضاع امور ضرورتاً (منطقاً) ممکن، قابل مقایسه با یکدیگرند» را جایگزین کرد. پس اگر این فرمول را به عنوان اصل موضوع سیستم بپذیریم:

(۱۶) $(p\ ^{P}\ q)\vee(q\ ^{P}\ p)\vee(p\ ^{S}\ q)$

هر دو وضع از امور، یا اولی بر دومی مرجح است، یا دومی بر اولی مرجح است، یاهر دو در ارزش - برابرند.

لازم است (۱۶) را به فرمول زیر تحویل نماییم:

$(\Diamond p\wedge\Diamond q)\wedge((p\ ^{P}\ q)\vee(q\ ^{P}\ p)\vee(p\ ^{S}\ q))$

و بنابر تعریف امکان ($\Diamond p=\sim\Box\sim p$):

$(\sim\Box\sim p\wedge\sim\Box\sim q)\wedge((p\ ^{P}\ q)\vee(q\ ^{P}\ p)\vee(p\ ^{S}\ q))$

$\sim(\Box\sim p\vee\Box\sim q)\wedge((p\ ^{P}\ q)\vee(q\ ^{P}\ p)\vee(p\ ^{S}\ q))$

برگردیم به فرمولهای (۱۱) و (۱۲). اگر t (که نشان از توتولوژی بودن است) را به جای q در (۱۱) قرار دهیم:

$\Box(p\supset t)\supset((p\ ^{P}\ t)\equiv(p\ ^{P}(\sim p\wedge t)))$

1. symmetricity
2. transitive

از آنجا که $p\supset t$ یک توتولوژی است و $\sim p\wedge t\equiv\sim p$ برقرار است، پس عبارت چنین خواهد شد:

(۱۷) $(p \; ^{P} \; t)\equiv(p \; ^{P} \; \sim p)$

شرط لازم و کافی برای آنکه چیزی بر یک توتولوژی مرجح باشد، رجحان آن چیز بر نقیض خود است.

و اگر در (۱۲) به جای p ، t را قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\Box(q\supset t)\supset\big((t \; ^{P} \; q)\equiv((t\wedge\sim q) \; ^{P} \; q)\big)$$

و مجدداً به علت توتولوژی بودن $q\supset t$ و برقرار بودن $(t\wedge\sim q)\equiv\sim q$، عبارت تحویل می‌یابد به:

(۱۸) $(t \; ^{P} \; q)\equiv(\sim q \; ^{P} \; q)$

شرط لازم وکافی برای رجحان یک توتولوژی بر چیزی، رجحان نقیض آن بر خودش است.

(۱۷) و (۱۸) زیاد دور از کاربرد معمول از «ترجیح» نیستند. به عنوان مثال فرض کنید p به معنای «او فردا خواهد آمد» باشد و نیز عبارت «او فردا خواهد آمد» مرجح باشد بر «او فردا نخواهد آمد»، یعنی $p \; ^{P} \; \sim p$ صادق است. پس قبول مفاد مربوط به «او خواهد آمد» مرجح است به قبول هیچ مفاد (و اطلاعی) که قابل رخ دادن است، زیرا قبول مفاد یک توتولوژی ممکن است برابر با قبول هیچ مفاد و اطلاعی نباشد.

در خصوص رابطهٔ S می‌توان (۱۱) و (۱۲) را به ترتیب و به شرح ذیل بازنویسی کرد:

(۱۹) $\Box(p\supset q)\supset\big((p \; ^{S} \; q)\equiv(p \; ^{S} \; (\sim p\wedge q))\big)$

(۲۰) $\Box(q\supset p)\supset\big((p \; ^{S} \; q)\equiv((p\wedge\sim q) \; ^{S} \; q)\big)$

اگر در (۱۹)به جای q، p را قرار دهیم:

$$\Box(p\supset p)\supset\big((p \; ^{S} \; p)\equiv(p \; ^{S} \; (\sim p\wedge p))\big)$$

اما $p\supset p$ یک توتولوژی و $\sim p\wedge p$ یک تناقض است، پس:

$$(p \; ^{S} \; p)\equiv(p \; ^{S} \; c)$$

و به علت انعکاسی بودن رابطهٔ S:

(۲۱) $p \; ^{S} \; c$

از آنجا که رابطهٔ S، متقارن و متعدی است، (۲۱) به این معناست که «همهٔ اوضاع امور، هم ارزشند»، زیرا در (۲۱) می‌توان به جای P هر یک از اوضاع امور را قرار داد یعنی همهٔ اوضاع امور، در ارزش، با c یکسان خواهند شد، در نتیجه خودشان برابر - در ارزش می‌گردند، که سخنی کاذب و باطل است. برای آنکه دچار این خطا و لغزش نشویم، لازم است تغییراتی در (۱۹) اعمال نماییم. باید گفت که عبارت موجود در مقدم شرطی فرمول (۱۹) کافی به نظر نمی‌رسد و تنها به وجوب استلزام q از p کفایت نموده است. حال آنکه عدم استلزام p از q را در کنار وجوب استلزام q از p باید ذکر می‌کردیم، یعنی باید استلزام q از p را عنوان و عدم استلزام p از q را یادآور شویم، بدین صورت:

$$\sim\big(\Box(p\supset q)\supset\Box(q\supset p)\big)\supset\Big((p\,{}^{S}\,q)\equiv\big(p\,{}^{S}\,(\sim p\wedge q)\big)\Big)$$

قاعدهٔ استلزام را بر عبارت اعمال می‌کنیم:

$$\sim\sim\big(\Box(p\supset q)\supset\Box(q\supset p)\big)\vee\Big((p\,{}^{S}\,q)\equiv\big(p\,{}^{S}\,(\sim p\wedge q)\big)\Big)$$

حذف نقض می‌کنیم و مؤلفهٔ سمت چپ را استلزام می‌نماییم:

$$(۲۲)\quad \sim\Box(p\supset q)\vee\Box(q\supset p)\vee\Big((p\,{}^{S}\,q)\equiv\big(p\,{}^{S}\,(\sim p\wedge q)\big)\Big)$$

در خصوص (۲۰) نیز به همان خطا دچار می‌گردیم که در (۱۹)، با این تفاوت که در اینجا منجر به قبول $c\,{}^{S}\,p$ می‌شویم که همچون $p\,{}^{S}\,c$ باطل و کاذب است.

بنابراین متقارن با آنچه که در (۱۹) پدید آمد و به (۲۲) تحویل یافت، (۲۰) را نیز به فرمول زیر برمی‌گردانیم (سایتو، ۳۹۰):

$$(۲۳)\quad \Box(p\supset q)\vee\sim\Box(q\supset p)\vee\Big((p\,{}^{S}\,q)\equiv\big((p\wedge\sim q)\,{}^{S}\,q\big)\Big)$$

هالدن با افزایش اصل موضوع‌هایی و قاعدهٔ جابجایی به منطق معمول گزاره‌ها، سیستم A را پیشنهاد می‌دهد. اصول موضوعهٔ سیستم A عبارتند از:

A۱ $\quad (p\,{}^{P}\,q)\supset\sim(q\,{}^{P}\,p)$

A۲ $\quad \big((p\,{}^{P}\,q)\wedge(q\,{}^{P}\,r)\big)\supset(p\,{}^{P}\,r)$

A۳ $\quad (p\,{}^{S}\,p)$

A۴ $\quad (p\,{}^{S}\,q)\supset(q\,{}^{S}\,p)$

A۵ $\quad \big((p\,{}^{S}\,q)\wedge(q\,{}^{S}\,r)\big)\supset(p\,{}^{S}\,r)$

A۶ $\quad \big((p\,{}^{P}\,q)\wedge(q\,{}^{S}\,r)\big)\supset(p\,{}^{P}\,r)$

$A7 \quad (p \ ^{P}\ q)\equiv((p\wedge\sim q)\ \Pi\ (q\wedge\sim p))$

$A8 \quad (p \ ^{S}\ q)\equiv((p\wedge\sim q)\ ^{S}\ (q\wedge\sim p))$

[۱] البته هالدن رابطهٔ ترجیحی را با B نشان می‌دهد یعنی «بهتر از ... بودن» که در اینجا به علت یکنواخت شدن متن، از نماد P استفاده کردیم (ص ۲۵ـ۲۸).

با عنایت به ویژگی انعکاسی، متقارن و متعدی بودن S و متعدی بودنِ P در منطق ترجیحات، و با توجه به آنکه نظام موجه S5 در منطق موجهات جدید در پایه‌های انعکاسی، متقارن و متعدی، معتبر است (موحد، ۱۴۰)، از این رو به پیشنهاد سایتو چنانچه اصول موضوعهٔ هشت‌گانهٔ سیستم A (متعلق به هالدن) و نیز قاعدهٔ جابجایی را به نظام S5 موجهات اضافه کنیم، بعضی از ضعفهای آن سیستم برطرف و ترمیم می‌گردد. خاطرنشان می‌گردد که A7 و A8 توسط سایتو و به کمک مفهوم ضرورت تکمیل گردیدند و نگارنده نیز تسامح موجود در پیشنهاد سایتو را در هر دو اصل برطرف نموده (در قالب فرمولهای (۶) و (۱۰)) و اصل A12 نیز به اصول پیشنهادی سایتو اضافه گردید. البته اصول A9 و A8 همان فرمولهای (۱۹) و (۲۰)اند که سایتو به سیستم هالدن اضافه نموده است.

سیستم A' که جایگزین سیستم A از هالدن می‌باشد شامل اصول زیر است:

$A1$
$\vdots$
$A6$

$A7 \quad \sim\Box(p\supset q)\vee\sim\Box(q\supset p)\wedge\left((p\ ^{P}\ q)\equiv((p\wedge\sim q)\ ^{P}\ (\sim p\wedge q))\right)$

$A8 \quad \sim\Box(p\supset q)\vee\sim\Box(q\supset p)\wedge\left((p\ ^{S}\ q)\equiv((p\wedge\sim q)\ ^{S}\ (\sim p\wedge q))\right)$

$A9 \quad \Box(p\supset q)\supset\left((p\ ^{P}\ q)\equiv(p\ ^{P}\ (\sim p\wedge q))\right)$

$A10 \quad \Box(p\supset q)\supset\left((p\ ^{P}\ q)\equiv((p\wedge\sim q)\ ^{P}\ q)\right)$

$A11 \quad \sim\Box(p\supset q)\vee\Box(q\supset p)\vee\left((p\ ^{S}\ q)\equiv(p\ ^{S}\ (\sim p\wedge q))\right)$

$A12 \quad \Box(p\supset q)\vee\sim\Box(q\supset p)\vee\left((p\ ^{S}\ q)\equiv((p\wedge\sim q)\ ^{S}\ q)\right).$

کتابشناسی

ابن سینا، ابوعلی، *الشفاء*، قم، منشورات المکتبة آیة الله العظمی المرعشی النجفی، ۱۴۰۴ق.

موحد، ضیاء، *منطق موجهات*، تهران، هرمس، ۱۳۸۱ش.

Davidson, D., "Review of the Logic of Preference", *Philosophical Review,* 1965-1966, 233-235.

Halldén, Sören, *On the Logic of ´Better´ Sweden (Uppsala),* Library of Theoria, 1957.

Hansson, Bengt, *Fundamental Axioms For Preference Relations*, Synthese, # 18, 1968, 423-42.

Jeffrey, Richard, "Frameworks for Prefereces", *Probability and the Art of Judgment*, U.S.A., CUP, 1992.

Körner, Stephan, *What is Philosophy?* , London, Penguin Press, 1969.

Moutafakis, Nicholas J., "Rescher's Logic of Preference and Linguistic Analysis", *Logique et Analyse*, # 25, 1982, 135-165.

Petit, Philip, "Desire", *Rouledge Encyclopedia of Philosophy,* London and NewYork, Routledge, 1998.

Rescher, Nicholas, *The Logic of Decision and Action*, pittsburgh, University of pittsburgh press, 1968.

Saito, Setsuo, " Modality and Preference Relation ", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol: XIV, No: 3, July, 1973, 387-391.

Von Wright, G.H. , *The Logic of Preference: An Essay,* Edinburgh, Edinburgh University Press, 1963.

__________, "The Logic of Preference Reconsidered", *Theory and Decision,* 1972, 140-169.